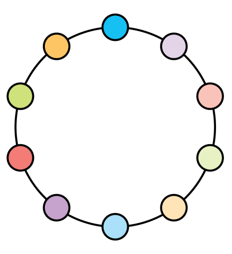
1. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 10 개의 점이 있다. 이 중 3 개의 점으로 이루어지는 삼각형의 경우의 수는?



① 30가지　② 60가지　③ 120가지　④ 360가지　⑤ 720가지

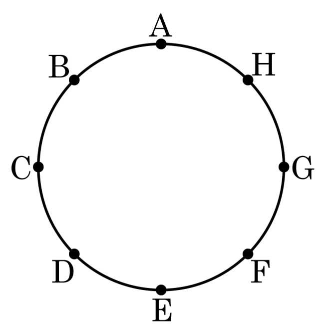
해설

서로 다른 10 개의 점 중에서 3 개를 뽑아서 나열하는 경우의 수 : $10 \times 9 \times 8 = 720$ (가지)

세 점을 고르는 것은 순서와 상관 없으므로 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 으로 나누어 준다.

$\dfrac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$ (가지)

2. 다음 그림과 같이 한 원 위에 8개의 점이 있다. 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분은 모두 몇 개인지 구하여라.



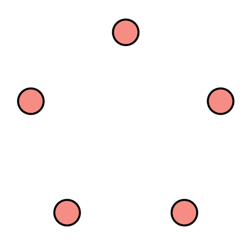
▶ 답 : ____개

▷ 정답 : 28개

해설

A, B, C, D, E, F, G, H의 8개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $8 \times 7 = 56$(가지)이다. 이 때, $\overline{AB} = \overline{BA}$이므로 구하는 경우의 수는 $\frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$(개)이다.

3. 다음 그림과 같이 정오각형의 꼭짓점을 이루는 5 개의 점들이 있다. 이들 중에서 어느 3 개의 점을 이어 만든 삼각형은 모두 몇 개인가?

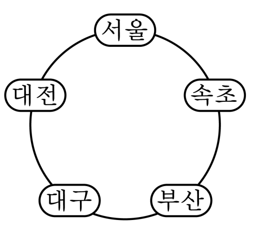


① 6 개 ② 8 개 ③ 10 개
④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$ (개)

4. 다음 그림과 같이 다섯 개의 도시를 원 모양으로 위치한 것이다. 각 도시를 직선으로 모두 잇는 길을 만들려고 할 때, 몇 개의 길을 만들어야 하는지 구하여라.

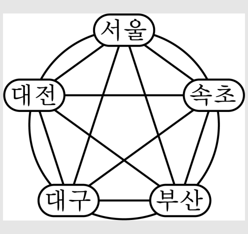


▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 10 개

해설

이웃하는 도시끼리 잇는 길이 5 개, 이웃하지 않는 도시끼리 잇는 길이 5 개이므로 모두 10 개이다.



5. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1 에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

6. 다음 도형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 이름을 써넣어라.

(1) 정사각형 ( )
(2) 평행사변형 ( )
(3) 등변사다리꼴 ( )

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 정사각형

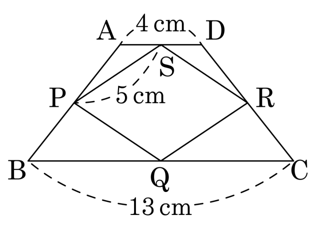
▷ 정답 : (2) 평행사변형

▷ 정답 : (3) 마름모

해설

(1) 정사각형
(2) 평행사변형
(3) 마름모

7. 다음과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 각 변의 중점을 S, P, Q, R 이라 할 때, □SPQR 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

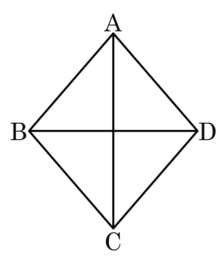
▷ 정답 : 20 cm

해설

등변사다리꼴의 중점을 연결하여 만든 사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모가 된다.

따라서 마름모는 네 변의 길이가 같으므로
□SPQR 의 둘레의 길이는 $5 \times 4 = 20(\text{cm})$

8. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.
㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.
㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

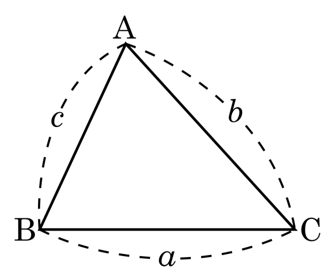
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설
마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다. 두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 세 변을 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

② $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

③ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

④ $\angle B > 90°$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다.

⑤ $\angle C < 90°$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.

해설

$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90°$ 이지만 $\angle C$ 또는 $\angle B$ 가 둔각일 수도 있다.

10. 세 변의 길이가 4cm, $a$cm, $(a+1)$cm 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위를 구하여라. (단, $a > 4$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > \frac{15}{2}$

해설

$(a+1)^2 > a^2 + 4^2$

$a^2 + 2a + 1 > a^2 + 16$

$2a > 15 \therefore a > \frac{15}{2}$

11. 세 변의 길이가 각각 $a+4, a, a-4$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변의 길이이므로 $a-4>0, a>4 \cdots$ ㉠
삼각형이 될 조건에 의해
$a+4<a+(a-4), 8<a \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $a>8$
세 변 중 가장 긴 변이 $a+4$ 이므로
$(a+4)^2=a^2+(a-4)^2$
$a^2-16a=0$
$a(a-16)=0$
$\therefore a=16\ (\because\ a>8)$

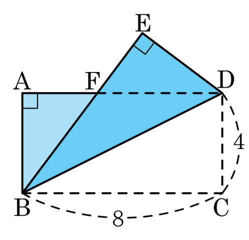
12. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 둔각삼각형인 것은?

① 3cm, 3cm, 4cm
② 3cm, 4cm, 5cm
③ 4cm, 4cm, 7cm
④ 5cm, 12cm, 13cm
⑤ 6cm, 8cm, 9cm

해설

세 변의 길이가 a , b , c ($a < b < c$) 일 때, $a^2 + b^2 < c^2$ 일 때 둔각삼각형이므로
③ $7^2 > 4^2 + 4^2$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle\mathrm{ABF}$ 의 넓이는?

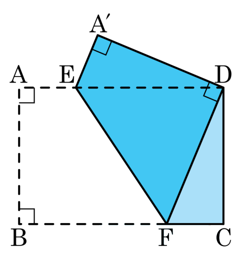


① $5\,\mathrm{cm}^2$ ② $6\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7\,\mathrm{cm}^2$ ④ $8\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $9\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AF}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{FB}} = \overline{\mathrm{FD}} = 8 - x$ ($\because \triangle\mathrm{ABF} \equiv \triangle\mathrm{EDF}$)
따라서 $\triangle\mathrm{ABF}$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = 3$
넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



보기

㉠ $\triangle A'ED \equiv \triangle CDF$　㉡ $\overline{ED} = \overline{DF}$

㉢ $\triangle BEF \equiv \triangle DEF$　㉣ $\overline{AB} = \overline{BC} - \overline{DF}$

㉤ $\overline{CD} + \overline{CF} = \overline{BF}$

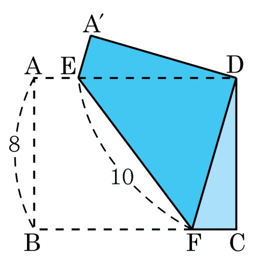
① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉣　③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉣　⑤ ㉣, ㉤

해설

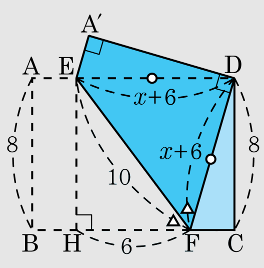
㉠ $\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{CF} = \overline{A'E}$, $\overline{CD} = \overline{A'D}$ 이므로 $\triangle A'ED \equiv \triangle CDF$ 이다.
㉡ $\overline{ED} = \overline{BF} = \overline{DF} = \overline{BE}$
㉢ $\overline{EF}$ 는 공통, $\overline{BE} = \overline{DF}$, $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이므로 $\triangle BEF \equiv \triangle DEF$ 이다.

15. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{32}{3}$　② $\frac{28}{3}$　③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$　⑤ $\frac{20}{3}$

해설



E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF} = 6$

$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CH} = \overline{DE} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF = \angle DFE$ 이므로

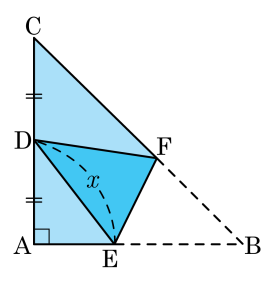
$\overline{DF} = \overline{DE} = 6 + x$

$\triangle DFC$ 에서 $(6 + x)^2 = 8^2 + x^2, 12x = 28$ $\therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{BH} = \overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$

16. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$ 인 직각이등변 삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 B 가 $\overline{AC}$ 의 중점 D 에 겹치게 접은 것이다. $\overline{ED}$ 의 길이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

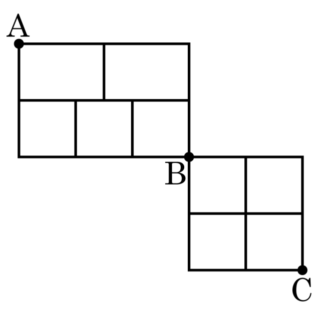
1) $\overline{ED} = x$, $\overline{AE} = 8 - x$

2) $x^2 = 4^2 + (8 - x)^2$

$x = 5$

$\therefore \overline{ED} = 5$

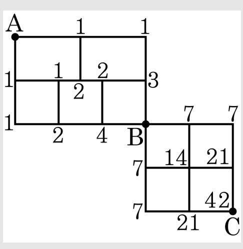
17. 다음 그림과 같은 길에서 점 A 를 출발하여 점 C 까지 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하여라.



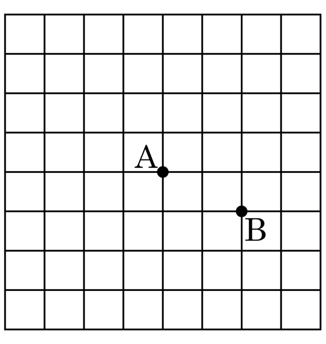
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 42 가지

해설



18. 다음과 같은 도형에서 한 점 P 가 점 A 를 출발한 후, 선을 따라 7 개의 선분을 이동하여 점 B 로 가려고 할 때, 점 P 가 이동할 수 있는 방법의 가짓수를 구하여라.



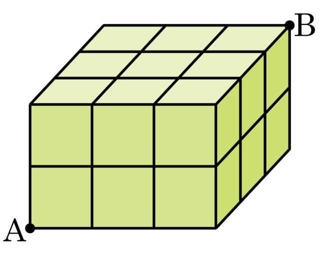
▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 735 가지

해설

왼쪽, 오른쪽, 위, 아래로 움직인 횟수를 각각 $a,\ b,\ c,\ d$ 라 하자.
이때, A 에서 B 로 이동하기 위해서는 오른쪽으로 적어도 2 회, 아래로 적어도 1 회를 움직여야 한다.
즉 $b \geq 2,\ d \geq 1$
또 7 번 움직였으므로 $a+b+c+d=7$
이때, B 가 A 보다 오른쪽으로 두 칸 떨어져 있으므로 오른쪽으로 움직인 횟수가 왼쪽으로 움직인 횟수보다 2 번 많아야 하고, B 가 A 보다 아래로 한 칸 떨어져 있으므로 아래로 움직인 횟수가 위로 움직인 횟수보다 1 번 더 많아야 한다.
즉, $b=a+2,\ d=c+1$
(1) $b=2$ 일 때, $a=0,\ d=3,\ c=2$
(2) $b=3$ 일 때, $a=1,\ d=2,\ c=1$
(3) $b=4$ 일 때, $a=2,\ d=1,\ c=0$
따라서 (1), (2), (3)에서 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$ 는
$(0,\ 2,\ 2,\ 3)$ 또는 $(1,\ 3,\ 1,\ 2)$ 또는 $(2,\ 4,\ 0,\ 1)$ 이므로
구하는 방법의 수는 $\frac{7!}{2!3!2!}+\frac{7!}{3!2!}+\frac{7!}{2!4!}=210+420+105=735$
(가지) 이다.

19. 다음과 같이 크기가 같은 정육면체 18 개를 쌓아 만든 도형의 A 지점에서 B 지점까지 작은 정육면체의 모서리를 따라 갈 수 있는 최단 경로의 가짓수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

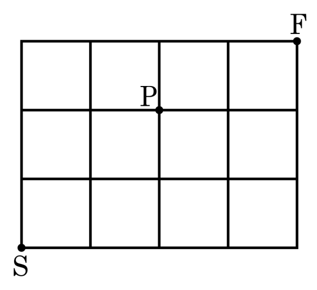
▷ 정답 : 560 가지

해설

오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a , 앞으로 한 칸 가는 것을 b , 위로 한 칸 가는 것을 c 라 하면 구하는 최단 경로의 수는 a, a, a, b, b, b, c, c 를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{8!}{3!3!2!} = 560$(가지) 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

20. 점 S 에서 점 P 지점을 거쳐 점 F 까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 18 가지

해설

S 에서 P 까지 6 가지,
P 에서 F 까지 3 가지
따라서 $6 \times 3 = 18$(가지)가 된다.