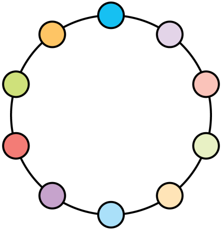
1. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 10개의 점이 있다. 이 중 3개의 점으로 이루어지는 삼각형의 경우의 수는?



① 30가지 ② 60가지

③ 120가지 ④ 360가지

⑤ 720가지

해설

서로 다른 10개의 점 중에서 3개를 뽑아서 나열하는 경우의 수

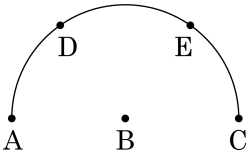
: $10 \times 9 \times 8 = 720$ (가지)

세 점을 고르는 것은 순서와 상관 없으므로

$3 \times 2 \times 1 = 6$ 으로 나누어 준다.

$$\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120 \text{ (가지)}$$

2. 다음 그림과 같이 반원 위에 5개의 점이 있다. 이 중 세 점을 이어 만들어지는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 9개

해설

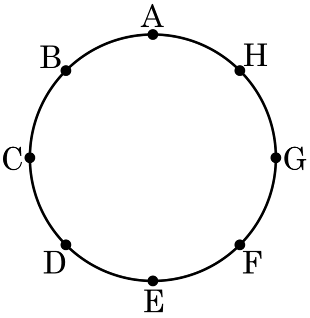
5개의 점 중에서 세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10(\text{개})$$

이 때, 한 직선 위에 있는 점 A, B, C로 이루어 지는 삼각형은 없다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $10 - 1 = 9$(개)

3. 다음 그림과 같이 한 원 위에 8개의 점이 있다. 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분은 모두 몇 개인지 구하여라.



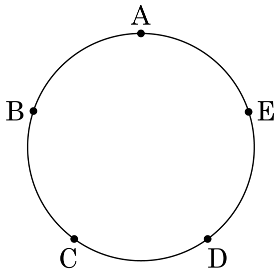
▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 28 개

해설

A, B, C, D, E, F, G, H의 8개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $8 \times 7 = 56$(가지)이다. 이 때, $\overline{AB} = \overline{BA}$이므로 구하는 경우의 수는 $\dfrac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$(개)이다.

4. 그림과 같이 원 위에 5개의 점이 있다. 두 점을 이어서 그릴 수있는 선분의 개수를 a개, 세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 b개라 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 직선위에 있지 않은 5개의 점 중에서 두 점을 이어서 그릴 수 있는 선분의 개수는

$$\frac{5\times 4}{2}=10(\text{개})$$

$\therefore\ a=10$

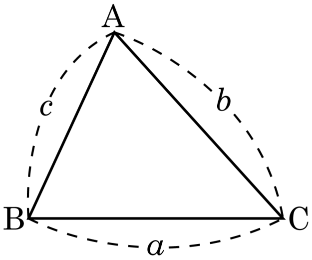
한 직선위에 있지 않는 5개의 점 중에서
세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$$\frac{5\times 4\times 3}{3\times 2\times 1}=10(\text{개})$$

$\therefore\ b=10$

$\therefore\ a-b=0$

5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 세 변을 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

② $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

③ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

④ $\angle B > 90°$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다.

⑤ $\angle C < 90°$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.

해설

$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90°$ 이지만 $\angle C$ 또는 $\angle B$ 가 둔각일 수도 있다.

6. 세 변의 길이가 각각 a, $2a-1$, $2a+1$ 인 삼각형 ABC 가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 결정하면?

① $2 < a < 4$ ② $0 < a < 4$ ③ $2 < a < 8$

④ $0 < a < 8$ ⑤ $4 < a < 8$

해설

$x^2 > y^2 + z^2$ 이 성립하면 둔각삼각형이다.
a 는 삼각형의 한 변이므로 $a > 0$ 이고, $2a+1$ 이 가장 긴 변이다.
$(2a+1)^2 > a^2 + (2a-1)^2$
$a^2 - 8a < 0$, $a(a-8) < 0$
$a > 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 $a - 8 < 0$ $\therefore$ $a < 8$
또, 삼각형이 되려면 (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변 길이의 합) 이므로 $2a + 1 < a + 2a - 1$ $\therefore$ $a > 2$
따라서 $2 < a < 8$

7. 세 변의 길이가 7, x, 12 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 정수 x 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 110

해설

i) $x > 12$ 인 경우

$7 + 12 > x,\ x < 19$

$x^2 > 7^2 + 12^2 = 193,\ x > \sqrt{193}$

$\therefore\ \sqrt{193} < x < 19$

$13 < \sqrt{193} < 14$ 이므로

$\therefore x = 14, 15, 16, 17, 18$

ii) $x < 12$ 인 경우

$7 + x > 12,\ x > 5$

$12^2 > x^2 + 7^2,\ x^2 < 95,\ x < \sqrt{95}, x \le 9$

$\therefore 5 < x \le 9$

$\therefore x = 6, 7, 8, 9$

$\therefore 6 + 7 + 8 + 9 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 = 110$

8. 길이가 5, 6, 7, 8, 9 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 예각삼각형일 확률을 구하여라.

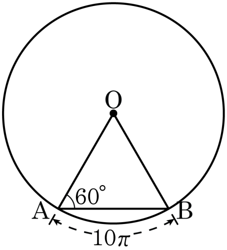
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{10}$

해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$ (가지) 이다.
이 중 예각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 작아야 하므로 (5, 6, 7), (5, 7, 8), (5, 8, 9), (6, 7, 8), (6, 7, 9), (6, 8, 9), (7, 8, 9) 의 7 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle \mathrm{OAB} = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 10\pi$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle \mathrm{OAB}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{AOB} = 60°$ 이고,

$$2\pi \times \overline{\mathrm{OA}} \times \frac{60°}{360°} = 10\pi,\ \overline{\mathrm{OA}} = 30$$

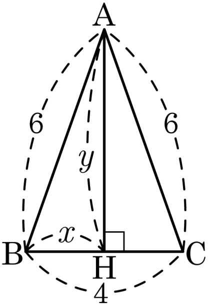
점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

$\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{AH}} = 2 : 1$

$\overline{\mathrm{AH}} = 15$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AH}} = 30$

10. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에 대하여 물음에 답하여라.



(1) x의 길이를 구하여라.
(2) y의 길이를 구하여라.
(3) $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 2

▷ 정답 : (2) $4\sqrt{2}$

▷ 정답 : (3) $8\sqrt{2}$

해설

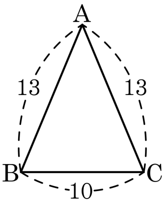
(1) $x = \overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

(2) $y = \overline{AH} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

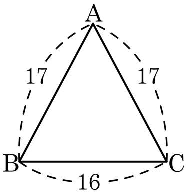
(3) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 높이 h, 넓이 S를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $h = 12$, $S = 60$

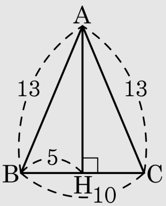
▷ 정답 : (2) $h = 15$, $S = 120$

해설

(1) 점 A에서 내린 수선의 발을 H라 하면

$$h = \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

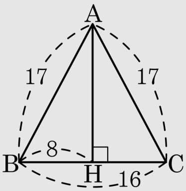
$$S = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60$$



(2) 점 A에서 내린 수선의 발을 H라 하면

$$h = \overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$$

$$S = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 16 \times 15 = 120$$



12. $\overline{AB}=\overline{AC}=17\,\text{cm}$이고, $\overline{BC}=16\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라. (단위는 생략할 것)

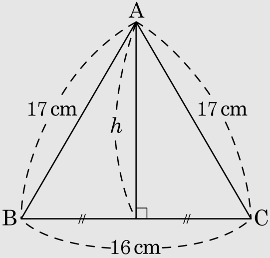
▶ 답 :

▷ 정답 : 120

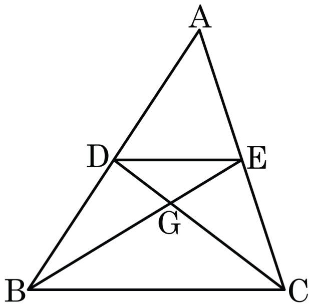
해설

$h=\sqrt{17^2-8^2}=15$

$(\text{넓이})=\dfrac{1}{2}\times 16\times 15=120$



13. 다음 그림에서 점 G 는 삼각형 ABC 의 무게중심이고, 삼각형 DEG 의 넓이가 2 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

점 G 는 삼각형 ABC 의 무게중심이므로 점 D, E 는 각각 변 AB, AC 의 중점
변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, 점 G 는 선분 AM 을 $2:1$ 로 내분한다.
그러므로 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 할 때, 삼각형 BCG 의 넓이는 $\frac{1}{3}S$
또 평행선의 성질에 의하여 삼각형 DEG, BCG 는 닮은 도형이고 닮음비는 $1:2$ 이므로 넓이비는 $1:4$
따라서 삼각형 DEG 의 넓이는 $\frac{1}{3}S \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}S = 2$ 이므로 $S = 24$

14. 가로, 세로의 길이가 각각 $2\,\mathrm{m}$, $1.5\,\mathrm{m}$ 인 직사각형 모양 카페트의 가격이 3 만 원이라 할 때, 가로, 세로의 길이가 각각 $6\,\mathrm{m}$, $4.5\,\mathrm{m}$ 인 같은 모양, 같은 종류의 카페트의 가격은 얼마로 정하면 되겠는가?

① 9만 원 ② 12만 원 ③ 18만 원
④ 24만 원 ⑤ 27만 원

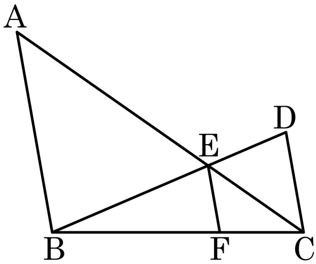
해설

두 카페트의 닮음비가 $1:3$ 이므로 넓이의 비는 $1:9$이다.

$\therefore 1:9=3:x$

$x=27$ (만 원)

15. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$, $\overline{AB}=3\overline{EF}$ 이고, 삼각형 ABC 의 넓이가 36 일 때, 사각형 CDEF 의 넓이를 구하여라.



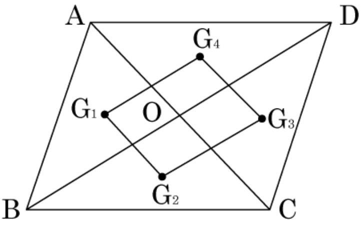
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

삼각형 CEF 와 삼각형 CAB 는 닮음비가 1 : 3 으로 닮은 도형
$\overline{BF}:\overline{FC}=2:1$ 이므로 삼각형 BEF 와 CAB 는 닮음비가 2 : 3 으로 닮은 도형
그러므로 $\overline{AB}:\overline{CD}=2:1$ 이므로 삼각형 BDC 의 넓이는 $36\times\frac{1}{2}=18$
삼각형 BEF 와 BDC 의 넓이비는 4 : 9 이므로 삼각형 BEF 의 넓이는 $18\times\frac{4}{9}=8$
따라서 사각형 CDEF 의 넓이는 $18-8=10$

16. 다음 평행사변형 ABCD 에서 G_1, G_2, G_3, G_4 는 각각 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCD$, $\triangle ODA$ 의 무게중심이다. $\square G_1G_2G_3G_4$ 와 $\square ABCD$ 의 넓이의 비를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2 : 9

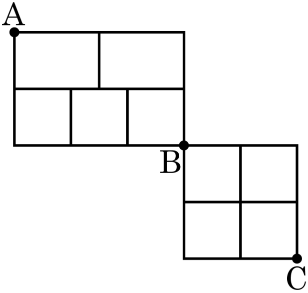
해설

$\overline{G_1G_3} : \overline{AD} = 2 : 3$

$\overline{G_2G_4} : \overline{CD} = 2 : 3$

$$\square G_1G_2G_3G_4 : \square ABCD = \left(\frac{1}{2} \times 2^2\right) : 3^2 = 2 : 9$$

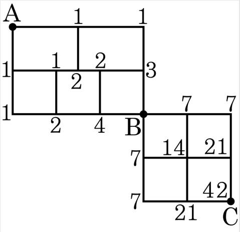
17. 다음 그림과 같은 길에서 점 A 를 출발하여 점 C 까지 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하여라.



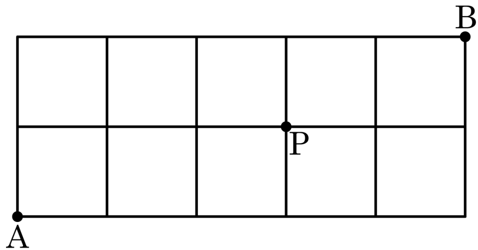
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 42 가지

해설



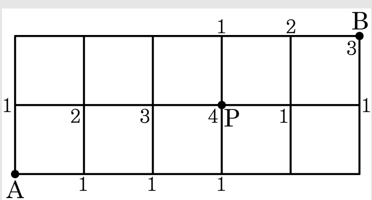
18. 점 A 에서 점 B 까지 선을 따라 가는데 점 P 를 거쳐서 가장 짧은 거리로 가는 방법은 몇 가지인지 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

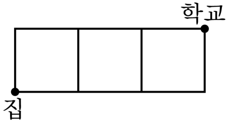
▷ 정답 : 12 가지

해설



점 A 에서 점 P 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 4 가지이고 점 P 에서 점 B 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 3 가지이다. 따라서 점 A 에서 점 B 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$(가지) 이다.

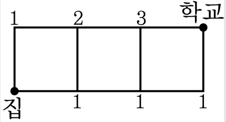
19. 집에서 학교까지 가는 최단경로의 가짓수를 구하여라.



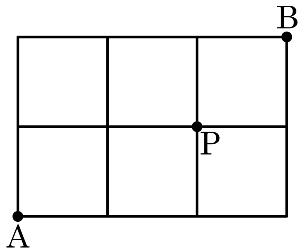
▶ **답 :** ____ 가지

▷ **정답 :** 4 가지

해설



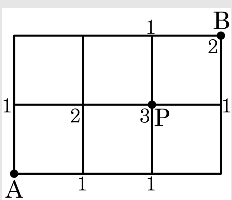
20. 점 A 에서 점 B 까지 선을 따라 가는데 점 P 를 거쳐서 가장 짧은 거리로 가는 방법은 몇 가지인지 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설



점 A 에서 점 P 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 3 가지이고 점 P 에서 점 B 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 2 가지이다. 따라서 점 A 에서 점 B 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$(가지) 이다.