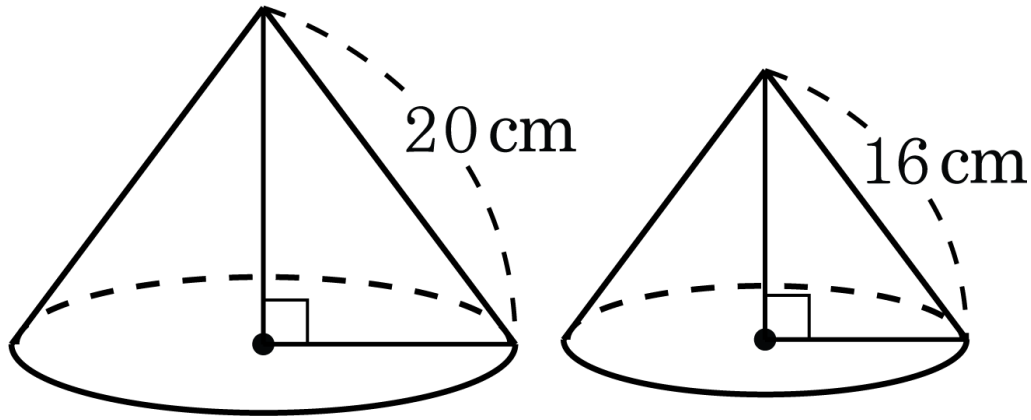
1. 다음 그림에서 두 원뿔이 서로 닮은 도형일 때, 두 원뿔의 밑면의 지름의 길이의 비가 $a : b$ 이다. 이때, $a + b$의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

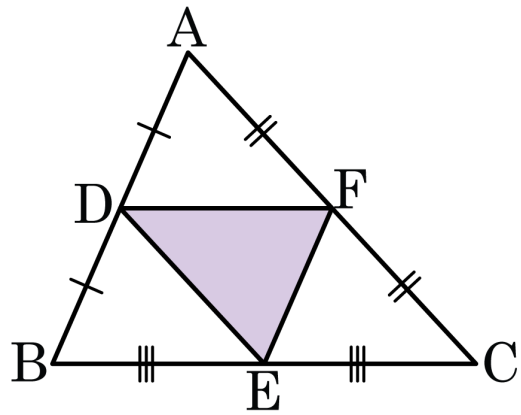
▷ 정답 : 9

해설

두 원뿔이 닮음이므로 모선의 길이의 비와 밑면의 지름의 길이의 비가 같으므로

$20 : 16 = 5 : 4$이다. 따라서 $a + b = 9$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 $\triangle ABC$ 의 세 변의 중점이다. $\triangle ABC = 84\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $18\,\text{cm}^2$ ② $21\,\text{cm}^2$ ③ $36\,\text{cm}^2$

④ $42\,\text{cm}^2$ ⑤ $60\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle ADF = \triangle BED = \triangle CFE = \frac{1}{4}\triangle ABC$$

$$\therefore \triangle DEF = \frac{1}{4}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{4} \times 84$$
$$= 21\,(\text{cm}^2)$$

3. 숫자 1, 2, 3 $\cdots$, 20을 각각 써 놓은 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, 3의 배수 또는 8의 배수가 나오는 경우의 수는?

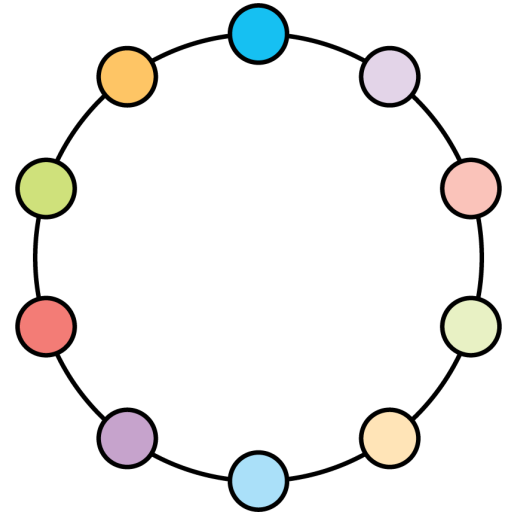
① 5가지 ② 6가지 ③ 7가지

④ 8가지 ⑤ 9가지

해설

3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18로 6가지이고 8의 배수는 8 , 16로 2가지이다. 따라서 3의 배수 또는 8의 배수가 나오는 경우의 수는 $6 + 2 = 8$(가지) 이다.

4. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 10 개의 점이 있다. 이 중 3 개의 점으로 이루어지는 삼각형의 경우의 수는?



① 30가지 ② 60가지

③ 120가지 ④ 360가지

⑤ 720가지

해설

서로 다른 10 개의 점 중에서 3 개를 뽑아서 나열하는 경우의 수
: $10 \times 9 \times 8 = 720$ (가지)
세 점을 고르는 것은 순서와 상관 없으므로
$3 \times 2 \times 1 = 6$ 으로 나누어 준다.

$$\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120 \text{ (가지)}$$

5. 다음 조건에서 $3a - 2b = 2$ 일 확률은?

> 한 개의 주사위를 두 번 던져서 처음 나온 수를 a , 두 번째 나온 수를 b 라고 한다.

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{30}$ ⑤ $\frac{1}{36}$

해설

주사위를 두 번 던져서 나온 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지) 이고, $3a - 2b = 2$ 를 만족시키는 $(a,\ b)$ 의 순서쌍은 $(2,\ 2)$, $(4,\ 5)$ 의 2 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

6. 주머니 속에 빨간 공 2 개와 분홍 공 4 개가 들어 있다. 이 주머니에서 공 1 개를 꺼내어 색깔을 본 후 집어넣지 않고, 또 하나를 꺼내어 볼 때, 두 공 모두 빨간 공일 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

해설

처음에 꺼낸 공이 빨간 공일 확률은 $\frac{2}{6}$

두 번째 꺼낸 공이 빨간 공일 확률은 $\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

7. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

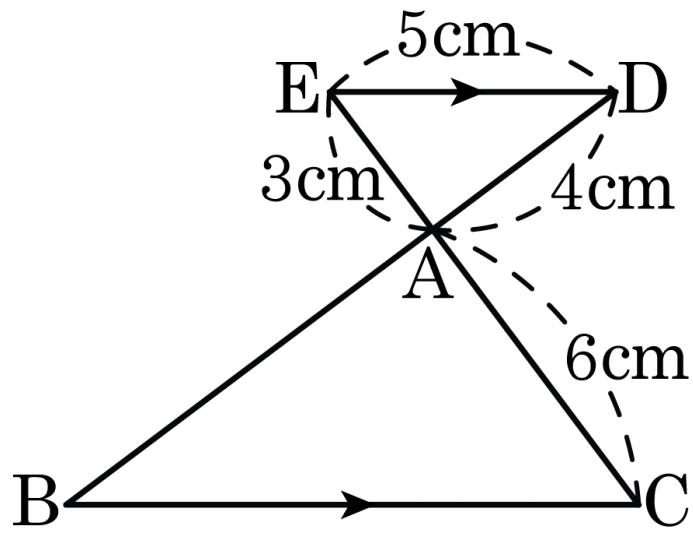
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

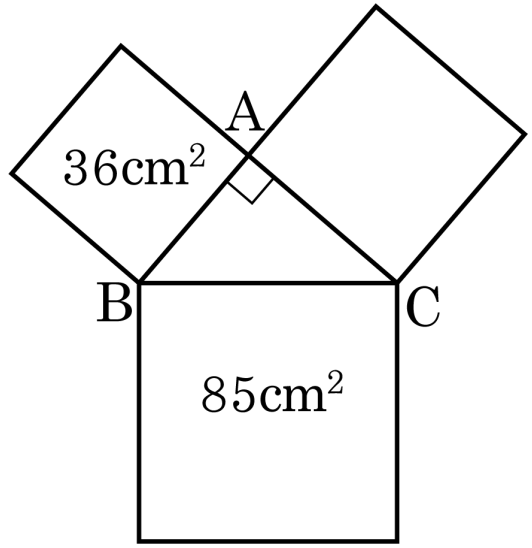


① 24cm ② 26cm ③ 27cm ④ 30cm ⑤ 32cm

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$(AA 닮음) 이고
닮음비가 1 : 2 이므로
($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)
$= 2\times$($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)$= 24(cm)$

9. 다음은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

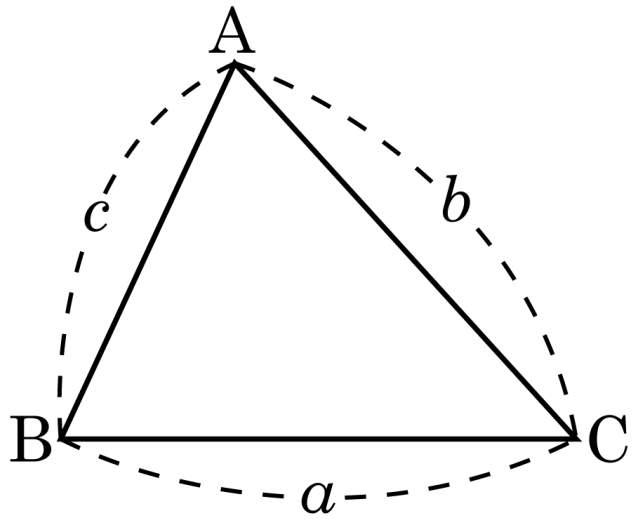
$\overline{AB}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$

$\overline{BC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $85\,\text{cm}^2$ 이다.

$\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이는

$85 - 36 = 49\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{AC} = 7\,\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 세 변을 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

② $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

③ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

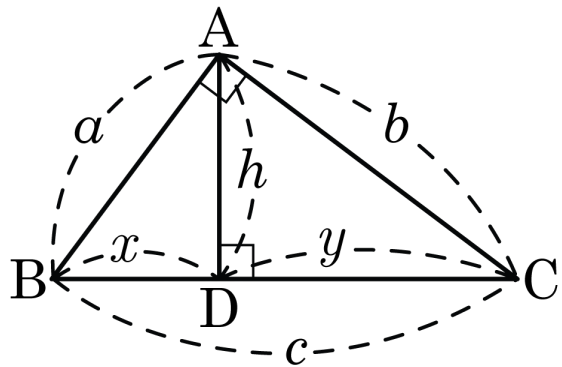
④ $\angle B > 90°$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다.

⑤ $\angle C < 90°$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.

해설

$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90°$ 이지만 $\angle C$ 또는 $\angle B$ 가 둔각일 수도 있다.

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $h^2 = xy$

② $b^2 = cy$

③ $a^2 = cx$

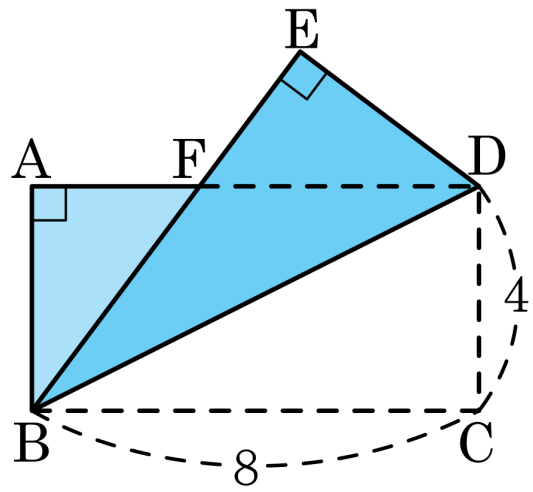
④ $c^2 = ab$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle ABF$ 의 넓이는?

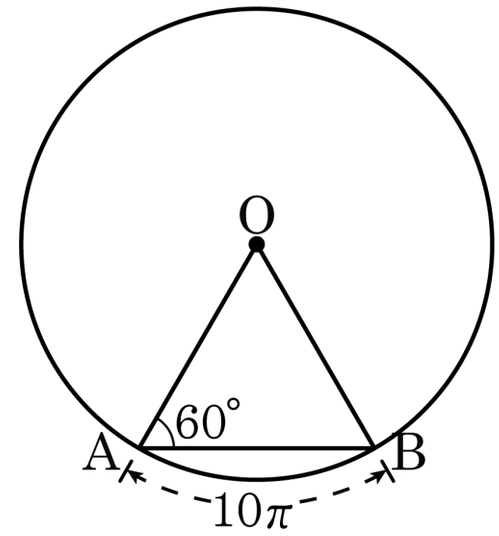


① $5\,\mathrm{cm}^2$ ② $6\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7\,\mathrm{cm}^2$ ④ $8\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $9\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AF} = x$ 라 하면 $\overline{FB} = \overline{FD} = 8 - x$ ($\because \triangle ABF \equiv \triangle EDF$)
따라서 $\triangle ABF$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = 3$
넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{AB} = 10\pi$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 60°$ 이고,

$2\pi \times \overline{OA} \times \frac{60°}{360°} = 10\pi,\ \overline{OA} = 30$

점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

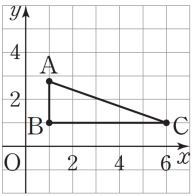
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : 1$

$\overline{AH} = 15$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 30$

14.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$ 이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

15. 부모님과 오빠, 언니, 지애, 동생 6 명의 가족이 나란히 앉아서 가족사진을 찍을 때, 부모님이 양 끝에 서는 경우의 수는?

① 4 가지 ② 12 가지 ③ 24 가지

④ 48 가지 ⑤ 60 가지

해설

부모님을 제외한 오빠, 언니, 지애, 동생 4 명을 가운데에 한 줄로 앉히고 부모님끼리 자리를 바꾸는 2 가지경우를 계산한다. 따라서 $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 48$ (가지)이다.

16. 20개의 제비 중 6개의 당첨 제비가 들어 있다. 제비를 연속하여 2개를 뽑을 때, 2개 모두 당첨 제비일 확률을 구하여라.
(단, 한 번 꺼낸 제비는 다시 넣지 않는다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{38}$

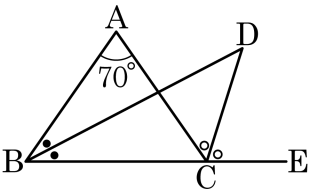
해설

첫 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

두 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{5}{19}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10} \times \frac{5}{19} = \frac{3}{38}$

17. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 32.5° ② 35° ③ 37.5° ④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

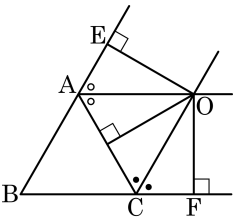
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°) \\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°) \\ &= 180° - 145° \\ &= 35°\end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 두 각 $\angle A$, $\angle C$ 에 대한 외각의 이등분선이 만나는 점을 O 라 하자. 점 O 에서 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 연장선 위와 $\overline{AC}$ 에 각각 내린 수선의 발을 E, F, G 라고 할 때, $\overline{OE} = \frac{2}{3}$cm 라고 한다. $\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$ 를 구하여라.



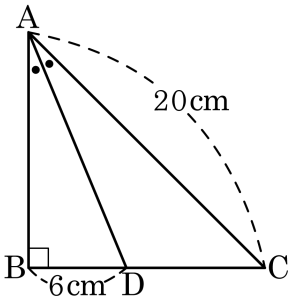
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\triangle OAE$ 와 $\triangle OAG$ 에서
$\overline{OA}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle OAE = \angle OAG \cdots$ ㉡
$\angle OEA = \angle OGA = 90° \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle OAE \equiv \triangle OAG$(RHA) $\cdots$ ㉮
$\triangle OGC$ 와 $\triangle OFC$ 에서
$\overline{OC}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle OCG = \angle OCF \cdots$ ㉡
$\angle OGC = \angle OFC = 90° \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle OGC \equiv \triangle OFC \cdots$ ㉯
따라서 ㉮, ㉯ 에 의해 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \frac{2}{3}$cm
$\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG} = 2$(cm) 이다.

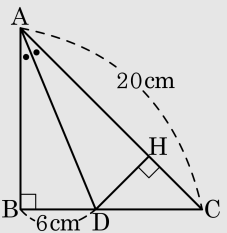
19. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56 ② 57 ③ 58 ④ 59 ⑤ 60

해설

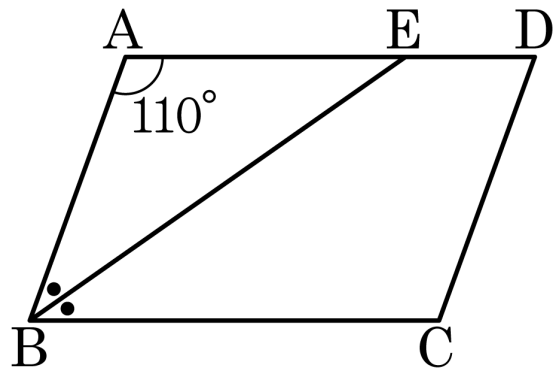
다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 110^\circ$ 이고 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 145°

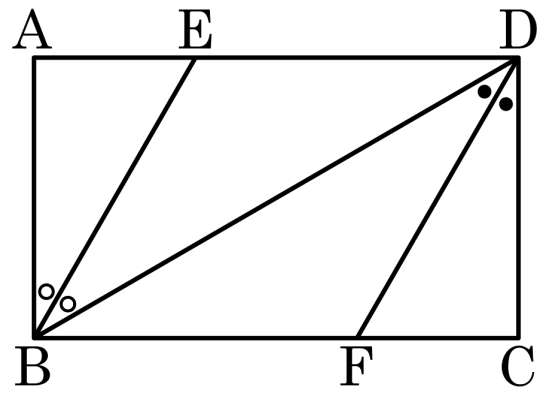
해설

$\angle ABC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 70^\circ \times \frac{1}{2} = 35^\circ$

$\therefore \angle BED = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$

21. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE} = 8cm$일 때, $\square EBFD$의 둘레는?



① 30cm ② 32cm ③ 34cm

④ 36cm ⑤ 38cm

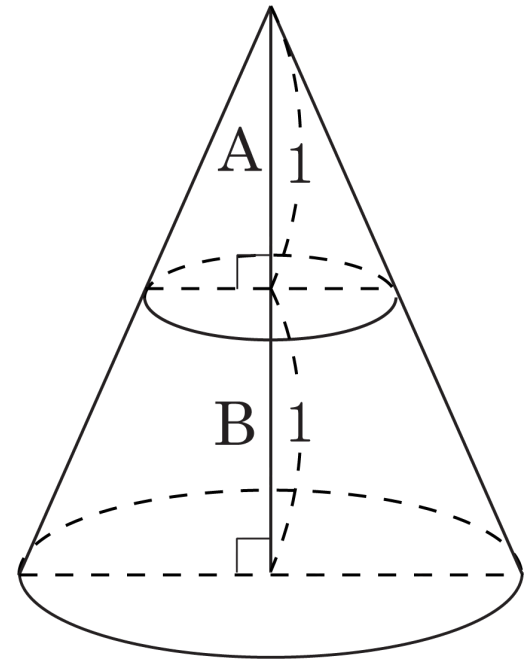
해설

$\overline{EB} // \overline{DF}$이므로 $\angle EBD = \angle FDB$이고 $\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBF$이다.

따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE} = \overline{BE}$이므로 $\square ABCD$는 마름모이다.

$\overline{DE} = 8cm$이므로 둘레는 $4 \times 8 = 32(cm)$이다.

22. 다음 그림과 같이 원뿔의 모선이 $1:1$이 되도록 밑면과 평행한 평면으로 자를 때, 두 입체도형 A와 B의 부피의 비를 구하여라.



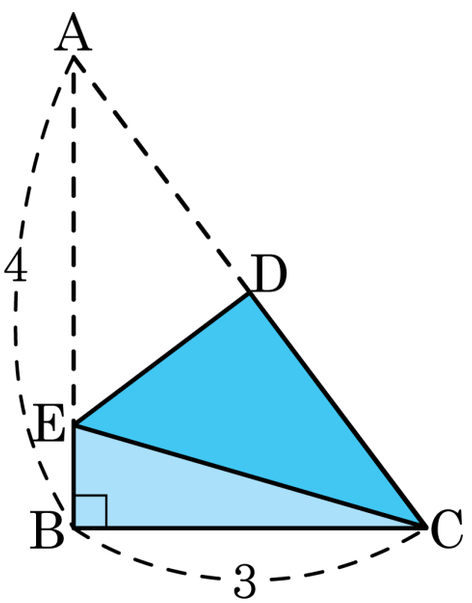
▶ 답:

▷ 정답: $1:7$

해설

처음의 원뿔을 잘라서 생긴 작은 원뿔과 처음 원뿔의 닮음비가 $1:2$이므로 부피의 비는 $1^3:2^3=1:8$이다.
따라서 구하는 두 부분의 A, B의 부피의 비는
$1:(8-1)=1:7$이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?



① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$(4-x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.

따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

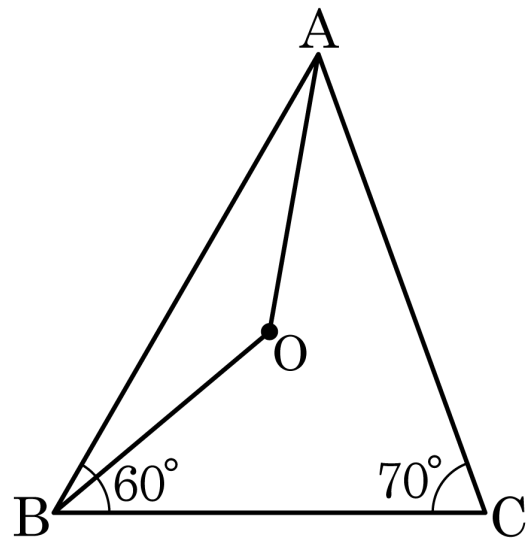
24. 민호가 100 원, 50 원, 10 원짜리 동전을 각각 5 개씩 가지고 있다. 이 동전을 사용하여 민호가 250 원을 지불하는 경우의 수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$(200,\ 50\times 1,\ 0),\ (200,\ 0,\ 10\times 5),\ (100,\ 50\times 3,\ 0)$
$(100,\ 50\times 2,\ 10\times 5),\ (0,\ 50\times 5,\ 0),\ (0,\ 50\times 4,\ 10\times 5)$ 의 6 가지

25. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다 $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



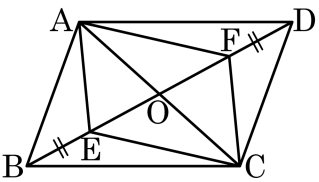
① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$

④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

삼각형 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$\angle BAC$는 $50°$이다.
보조선 $\overline{OC}$를 긋고, $\angle OAC = a$, $\angle OCB = b$, $\angle OBA = c$라고 놓으면
$a + c = 50°$, $a + b = 70°$, $b + c = 60°$ 이므로
세 식을 전부 더하면 $2(a + b + c) = 180°$, $a + b + c = 90°$
그런데 $b + c = 60°$이므로 $a = 30°$이다.

26. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 평행사변형이 되는 어떤 조건을 이용한 것인가?



가정) □ABCD는 평행사변형 $\overline{BE} = \overline{DF}$
결론) □AECF는 평행사변형
증명) □ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC} \cdots ㉠$
$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE} = \overline{OF} \cdots ㉡$
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

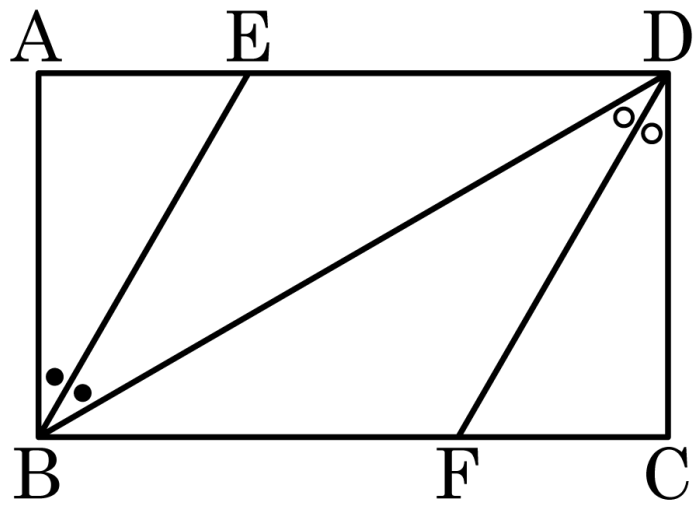
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$이고, $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$이다.
따라서 □AECF는 평행사변형이다.

27. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$는 각각 $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이다. $\overline{BE} = \overline{BF}$일 때, $\angle BED$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 120 °

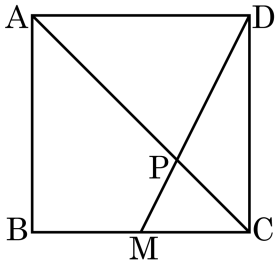
해설

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각)

$\overline{BE} = \overline{BF}$이므로 $\angle EBD = \angle DBF = 30°$

$\angle BED = 180° - 60° = 120°$

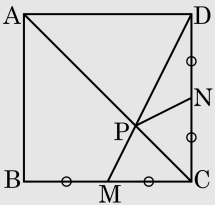
28. 다음 그림의 정사각형 ABCD에서 점 M은 B, C의 중점이다. $\triangle PMC = 24\,\text{cm}^2$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



① $72\,\text{cm}^2$ ② $144\,\text{cm}^2$ ③ $216\,\text{cm}^2$

④ $288\,\text{cm}^2$ ⑤ $352\,\text{cm}^2$

해설



$\overline{CD}$의 중점 N을 잡으면

$\triangle PMC \equiv \triangle PNC$ (SAS 합동)

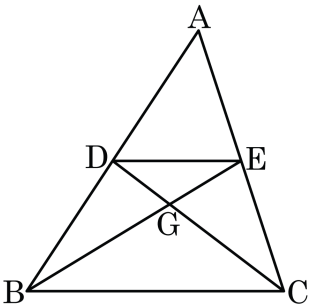
$\triangle PCN = \triangle PND = \triangle PMC = 24\,\text{cm}^2$

$\therefore \square ABCD = 4\triangle DMC$

$= 4 \times 24 \times 3$

$= 288\,(\text{cm}^2)$

29. 다음 그림에서 점 G 는 삼각형 ABC 의 무게중심이고, 삼각형 DEG 의 넓이가 2 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

점 G 는 삼각형 ABC 의 무게중심이므로 점 D, E 는 각각 변 AB, AC 의 중점

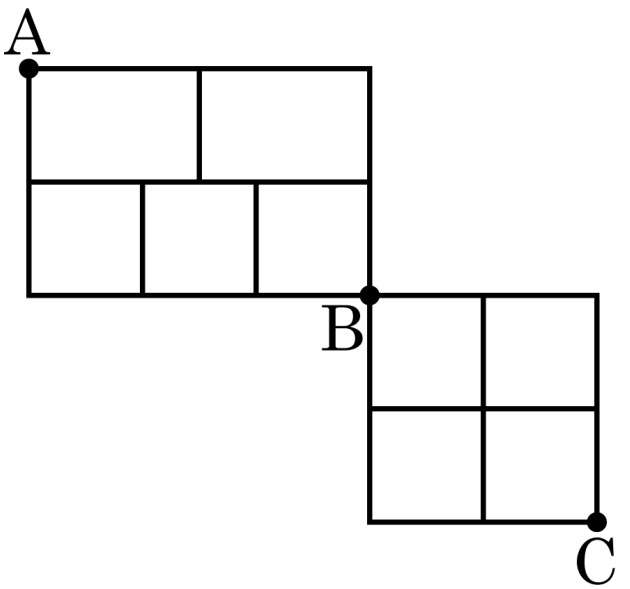
변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, 점 G 는 선분 AM 을 2 : 1 로 내분한다.

그러므로 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 할 때, 삼각형 BCG 의 넓이는 $\frac{1}{3}S$

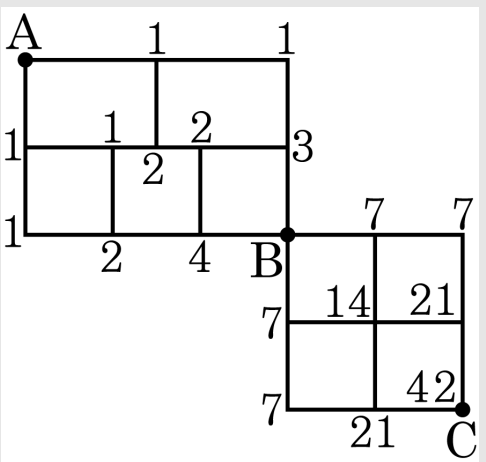
또 평행선의 성질에 의하여 삼각형 DEG, BCG 는 닮은 도형이고 닮음비는 1 : 2 이므로 넓이비는 1 : 4

따라서 삼각형 DEG 의 넓이는 $\frac{1}{3}S \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}S = 2$ 이므로 $S = 24$

30. 다음 그림과 같은 길에서 점 A 를 출발하여 점 C 까지 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 42 가지

해설