

1.  $y = -3(x - 2)(x - 4)$  의 그래프에서 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -3(x - 2)(x - 4) \\ &= -3(x^2 - 6x + 8) \\ &= -3x^2 + 18x - 24 \\ &= -3(x - 3)^2 + 3 \\ x &= 3 \text{ 일 때, 최댓값은 } 3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

2. 삼차방정식  $(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 의 모든 실근의 합은?

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 를 전개하면  
 $x^3 - 6x^2 + 11x - 30 = 0$   
 $x = 5$ 를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

|   |   |    |    |     |
|---|---|----|----|-----|
| 5 | 1 | -6 | 11 | -30 |
|   |   | 5  | -5 | 30  |
|   | 1 | -1 | 6  | 0   |

$(x-5)(x^2 - x + 6) = 0$   
 $\therefore x = 5$  또는  $x = \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$   
따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

3. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서  
 $x^2 = t$ 로 놓으면  
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$   
 $\therefore t = 4$  또는  $t = 9$   
( i )  $t = 4$  일 때,  $x^2 = 4$   
 $\therefore x = \pm 2$   
( ii )  $t = 9$  일 때,  $x^2 = 9$   
 $\therefore x = \pm 3$   
따라서 모든 해의 합은  
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

4. 방정식  $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

①  $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

②  $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③  $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④  $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤  $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로  $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서  $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

5. 이차함수  $y = x^2 - 8x + 9$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 8x + 9 \\ &= (x - 4)^2 - 7 \end{aligned}$$

아래로 볼록하므로  $x = 4$  일 때, 최솟값  $-7$ 을 갖는다.

6. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하였을 때, 이 함수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x-1)^2 - 3$$

따라서  $x = 1$  일 때, 최솟값 -3 을 갖는다.

7. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}(x+3)(x-2)$  의 그래프에서 최댓값은?

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{11}{12}$       ③  $\frac{17}{12}$       ④  $\frac{25}{12}$       ⑤  $\frac{31}{12}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+3)(x-2) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2+x-6) \\ &= -\frac{1}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{12} \end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{2}$  일 때 최댓값은  $\frac{25}{12}$  이다.

8. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + m - 1$  의 최솟값이  $\frac{1}{2}$  일 때,  $m$  의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + m - 1 \\&= \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) + m - 1 \\&= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + m - 1 \\&= \frac{1}{2}(x - 3)^2 + m - \frac{11}{2}\end{aligned}$$

최솟값이  $\frac{1}{2}$  이므로  $m - \frac{11}{2} = \frac{1}{2}$ .  $m = \frac{1}{2} + \frac{11}{2} = \frac{12}{2}$

$\therefore m = 6$

9. 이차함수  $y = -x^2 + bx + c$  가 직선  $x = -3$  을 축으로 하고 최댓값 2 를 가질 때, 상수  $b, c$  의 합  $b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $b + c = 1$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(-3, 2)$  이므로 이차함수의 식은  $y = -(x + 3)^2 + 2$  이고, 전개하면

$$\begin{aligned} y &= -(x + 3)^2 + 2 \\ &= -(x^2 + 6x + 9) + 2 \\ &= -x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$y = -x^2 - 6x - 7$  이므로  $b = -6, c = -7$  이다.

$$\therefore b + c = -6 - (-7) = 1$$

10. 이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프와 모양이 같고,  $x = -1$  일 때, 최댓값 2 를 갖는 이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라고 할 때,  $a - b + c$  의 값을 구하여라. (단,  $a, b, c$  는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a - b + c = 2$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(-1, 2)$ ,  $x^2$  의 계수가  $\frac{2}{3}$  이므로 이차함수의 식은  $y = \frac{2}{3}(x+1)^2 + 2$  이다.

$y = \frac{2}{3}(x+1)^2 + 2$  를 전개하면  $y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$  이므로

$a = \frac{2}{3}$ ,  $b = \frac{4}{3}$ ,  $c = \frac{8}{3}$  이다.

$\therefore a - b + c = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} + \frac{8}{3} = 2$

11. 이차함수  $y = 3x^2 + 6x + a$  의 최솟값이 7 일 때,  $a$  의 값을 고르면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$y = 3(x+1)^2 - 3 + a \text{ 이므로}$$

$$-3 + a = 7$$

$$\therefore a = 10$$

12.  $x$  에 대한 이차방정식  $x^2 + 2ax - 9 + 2a^2 = 0$  이 실근  $\alpha, \beta$  를 가질 때,  $|\alpha - \beta|$  의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 + 2ax - 9 + 2a^2 = 0$  에서  
근과 계수와의 관계에 의하여  
 $\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = -9 + 2a^2$   
 $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (-2a)^2 - 4(-9 + 2a^2) = -4a^2 + 36$   
그런데  $\frac{D}{4} = a^2 + 9 - 2a^2 \geq 0$   
 $\therefore -3 \leq a \leq 3$   
 $\therefore 0 \leq |\alpha - \beta|^2 \leq 36$   
즉,  $0 \leq |\alpha - \beta| \leq 6$   
 $\therefore (\text{최댓값}) + (\text{최솟값}) = 0 + 6 = 6$

13.  $x$ 의 값의 범위가  $x \geq 3$ 인 이차함수  $y = 2x^2 - 8kx$ 의 최솟값이 10일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $1$       ⑤  $\frac{5}{3}$

해설

$$y = 2x^2 - 8kx = 2(x - 2k)^2 - 8k^2 \text{ 이}$$

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2k, -8k^2)$ 이다.

- (i)  $2k \geq 3$ 일 때, 꼭짓점의  $x$ 좌표가  $x$ 의 값의 범위에 속하므로  
주어진 이차함수는  $x = 2k$ 일 때 최솟값을 갖는다. 최솟값  
이 10이므로  $-8k^2 = 10$ ,  $k^2 = -\frac{5}{4}$ 이 때, 실수  $k$ 의 값은  
존재하지 않는다.

- (ii)  $2k < 3$ 일 때 꼭짓점의  $x$ 좌표가  $x$ 의 값의 범위에 속하지  
않으므로 주어진 이차함수는  $x = 3$ 일 때 최솟값을 갖는다.  
최솟값이 10이므로  $18 - 24k = 10$ ,  $24k = 8$

$$\therefore k = \frac{1}{3}$$

14.  $x$ 에 대한 이차함수  $f(x) = x^2 - 2x - a^2 + 4a + 3$ 의 최솟값을  $g(a)$ 라 할 때,  $g(a)$ 의 최댓값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$f(x) = x^2 - 2x - a^2 + 4a + 3$$

$$= (x-1)^2 - a^2 + 4a + 2$$

따라서,  $f(x)$ 의 최솟값은  $g(a) = -a^2 + 4a + 2$

$$g(a) = -(a-2)^2 + 6 \text{ 에서}$$

$g(a)$ 의 최댓값은 6이다.

15.  $x+y=3, x \geq 0, y \geq 0$  일 때,  $2x^2+y^2$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 하면  $M-m$  을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$y = 3 - x \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3$$

$$2x^2 + y^2 = 2x^2 + (3 - x)^2 = 3(x - 1)^2 + 6$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } m = 6$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } M = 18$$

$$\therefore M - m = 12$$

16.  $x, y, z$ 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$   
 $= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5$   
 $= -(x - 2)^2 - y^2 - z^2 + 9$   
 $x, y, z$ 는 실수이므로  
 $(x - 2)^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$   
따라서  $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$  는  
 $x - 2 = 0, y = 0, z = 0$ 일 때,  
최댓값 9를 갖는다.

17. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



- ①  $\frac{25}{4}$       ②  $\frac{25}{2}$       ③ 25      ④ 50      ⑤ 100

해설

두 변의 길이를  $x$ ,  $10 - x$ , 넓이를  $y$  라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

18. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을  $a$ , 이때 부채꼴의 넓이를  $b$  라 할 때,  $ab$  의 값을 구하면?

- ① 16
- ② 20
- ③ 36
- ④ 55
- ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을  $a$ , 넓이를  $b$  라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.  
꼭짓점은  $(4, 16)$  이므로 반지름  $a = 4$  일 때, 부채꼴의 넓이  $b = 16$  으로 최대가 된다.  
따라서  $ab = 64$  이다.

19. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때,  $t$  초 후의 높이를  $h$ m 라고 하면  $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$  의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 :                      m

▷ 정답 :  $\frac{9}{2}$  m

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$  에서  $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$  이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는  $\frac{9}{2}$ m 이다.

20. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의  $x$  초 후의 높이를  $y_m$  라고 하면  $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▶ 정답 : 2초

▶ 정답 : 50m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$  에서  $y = -5(x-2)^2 + 50$  이다.  
따라서  $x = 2$  일 때,  $y$  는 최댓값 50 을 갖는다.

21. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$  에서  $x^2 + x = X$  라 하면  
 $X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$   
 $\therefore X = 2$  또는  $X = 6$   
( i )  $X = 2$  일 때,  $x^2 + x = 2$  에서  
 $x^2 + x - 2 = 0,$   
 $(x - 1)(x + 2) = 0$   
 $\therefore x = 1$  또는  $x = -2$   
( ii )  $X = 6$  일 때,  $x^2 + x = 6$  에서  
 $x^2 + x - 6 = 0,$   
 $(x + 3)(x - 2) = 0$   
 $\therefore x = -3$  또는  $x = 2$   
( i ), ( ii ) 에서 주어진 방정식의 해는  
 $x = -3$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$   
따라서, 해가 아닌 것은 ③

22. 사차방정식  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ 의 서로 다른 실근은 모두 몇 개인가?

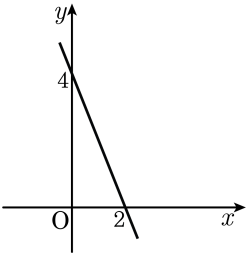
- ① 0개      ② 1개      ③ 2개      ④ 3개      ⑤ 4개

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 = 0 &\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1) = 0 \\ \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = -1 \end{aligned}$$

23. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수  $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$  의 최솟값을 구하면?

- ① 4
- ② -4
- ③ 8
- ④ -8
- ⑤ 0



해설

기울기  $a = -2$ ,  $y$  절편  $b = 4$

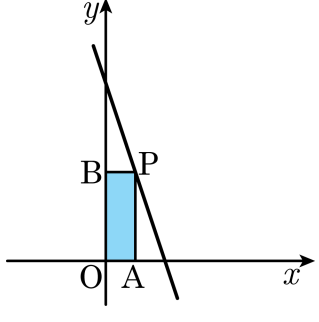
$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$  일 때, 최솟값은  $-4$  이다.

24. 다음 그림과 같이 일차함수  $y = -x + 4$  의 그래프 위의 한 점 P 에서  $x$  축,  $y$  축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를  $(t, 0)$  이라고 하면 P 의 좌표는  $(t, -t + 4)$  이고 B 의 좌표는  $(0, -t + 4)$   
 $\therefore \square OAPB = t \times (-t + 4) = -t^2 + 4t = -(t - 2)^2 + 4$   
 $t = 2$  일 때, 넓이의 최댓값 4

25. 사차방정식  $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$  을 만족하는 모든 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$  의 양변을

$x^2$  으로 나누면

$$x^2 + x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$x + \frac{1}{x} = t$  로 치환하면

$$t^2 + t = 0, t(t+1) = 0$$

$$\therefore t = 0 \text{ 또는 } t = -1$$

$$(i) \ x + \frac{1}{x} = 0 \text{ 일 때, } x^2 + 1 = 0$$

$$\therefore x = \pm i$$

$$(ii) \ x + \frac{1}{x} = -1 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + 1 = -x, x^2 + x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 근은

$$x = \pm i \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore (-i) + i + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = -1$$