1. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134 ② 176 ③ 214 ④ 288 ⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3 의 공배수이다.

2. 20 이하의 자연수 중 약수의 개수가 2 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하고자 하는 수는 20 이하의 소수이다.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 로 총 8 개이다.

3. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r|l} 2 & 240 \\ \hline 2 & 120 \\ \hline 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$\therefore\ 240 = 2^4 \times 3 \times 5$

4. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2,\ 3,\ 11$ ② $1,\ 2,\ 3,\ 11$ ③ $2^2,\ 11$

④ $2^3,\ 3,\ 11$ ⑤ $2,\ 3,\ 5,\ 11$

해설

$264 = 2^3 \times 3 \times 11$

5. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$135 = 3^3 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

6. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1 , 3 , 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1 , 11 , 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

7. 100 이하의 13 의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 의 7 개이다.

8. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 2 는 소수이다.

② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.

③ 1 은 소수가 아니다.

④ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.

⑤ 소수는 약수가 1 개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2 개이다.

9. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

10. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$18 = 2 \times 3^2$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$(2 \times 3^2) \times x = y^2$

$x = 2,\ 2 \times 2^2,\ 2 \times 3^2,\ \cdots$

$= 2,\ 8,\ 18,\ \cdots$

11. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 <u>않은</u> 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1)\times(\square+1) = 5\times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.

즉 x가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

12. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
$7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
2^2, 3^2, 5^2, 7^2 이다.

13. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

14. $x = 5^{15} + 1,\ y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$

이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로

$5^{15} + 2^{13} + 1$은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{15} \times 2^{13} &= 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2 \\ &= (5 \times 2)^{13} \times 25 \\ &= 10^{13} \times 25 \end{aligned}$$

따라서 xy는 15 자리의 수이다.

15. $x = 5^{27} + 1,\ y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

① 24 자리의 수 ② 25 자리의 수 ③ 26 자리의 수

④ 27 자리의 수 ⑤ 28 자리의 수

해설

$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$

이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 26 자리의 수이다.

16. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

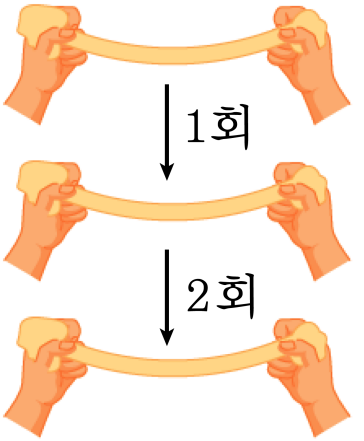
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2,\ b = 3,\ c = 5,\ x = 4,\ y = 3,\ z = 1$ 이다.

$\therefore\ a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

17. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘여 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?



① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회

④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 $(2\times2\times2)$ 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2\times2=4$	2^2
3회	$2\times2\times2=8$	2^3
4회	$2\times2\times2\times2=16$	2^4
5회	$2\times2\times2\times2\times2=32$	2^5
⋮	⋮	⋮

$2^5 = 32,\ 2^6 = 64,\ 2^7 = 128, \cdots$ 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

18. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

① $2^2 \times 3^3$ ② 24 ③ $2 \times 9 \times 5$

④ 500 ⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

① $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

③$2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4+1) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$ (개)

19. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.