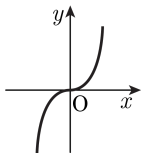
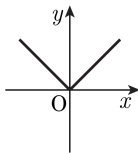


1. 다음 중 함수의 그래프가 아닌 것은?

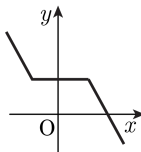
①



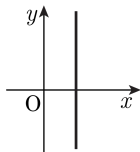
②



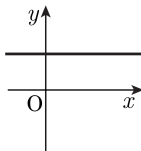
③



④



⑤



해설

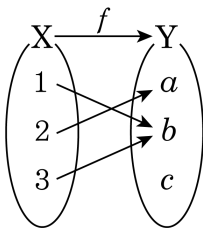
함수가 되기 위한 2가지 조건

(i) 정의역에 있는 모든 원소가 빠짐없이 공역에 있는 원소에 대응되어야 한다.

(ii) 정의역에 있는 각각의 원소가 공역의 오직 하나의 원소에 대응되어야 한다.

④ : x 의 한 값 x_1 에 y 의 값이 무수히 많이 대응되고 있으므로 함수가 될 수 없다.

2. 아래 그림은 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. f 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



- ① $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$ ② $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$
③ $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$ ④ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$
⑤ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

해설

3. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

a, b, c 에 대응하는 원소를

순서쌍 $(f(a), f(b), f(c))$ 으로 나타내면

$(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2),$

$(3, 2, 1)$ 이므로

X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수는 6개이다.

4. 세 함수 $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = -2x^2$, $h(x) = |x + 5|$ 에 대하여 $(h \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

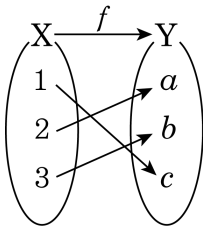
$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(2) = -8 \text{ 이므로}$$

$$(h \circ g \circ f)(1) = (h \circ (g \circ f))(1)$$

$$= h((g \circ f)(1)) = h(-8) = |-8 + 5|$$

$$= 3$$

5. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때, $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



① 2

② 3

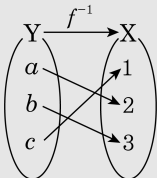
③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

역함수 f^{-1} 는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

6. 함수 $y = 2x - 2$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

② $y = \frac{1}{2}x + 1$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x + 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

해설

$y = 2x - 2$ 를 x 에 대하여 풀면

$x = \frac{1}{2}y + 1$ x 와 y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 1$$

7. 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f^{-1}(2)$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

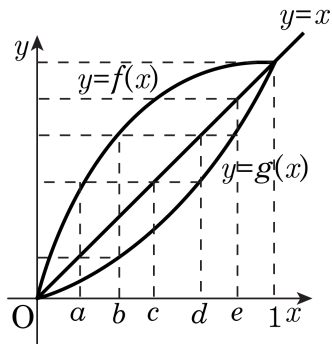
⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$f^{-1}(2) = a$ 라 하면, $f(a) = 2$ 이므로 $2a - 3 = 2$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

8. 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함수값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$ 라 하면,

$$f(x) = d \quad \therefore x = b$$

$$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$$

$$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$$

$$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$$

9. 삼차함수 $y = -x^3$ 에 대하여 정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -4

② 5

③ -5

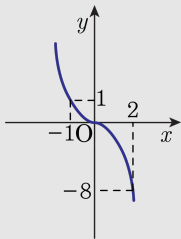
④ 7

⑤ -7

해설

$y = -x^3$ 의 그래프는 다음 그림과 같고
 $x = 2$ 일 때 최소이고, $x = -1$ 일 때 최대이
므로

$$f(2) = -8, f(-1) = 1 \text{ 에서 구하는 값은}$$
$$f(2) + f(-1) = -8 + 1 = -7$$



10. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{x^3 - 1}{x^4 + x^2 + 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^4 - 1}$$

① x

② x^2

③ $\frac{1}{x}$

④ $\frac{1}{x^2}$

⑤ $\frac{1}{x^2 + 1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 - 1}{x^4 + x^2 + 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^4 - 1} \\ &= \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)} \\ & \quad \times \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)} \\ &= \frac{1}{x^2 + 1} \end{aligned}$$

11. $a > 0$, $x = a - \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4} - x$ 를 a 로 나타내면?

① $\frac{2}{a}$

② $-\frac{2}{a}$

③ a

④ $2a$

⑤ $-2a$

해설

$$\sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4} = \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2}$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $\sqrt{x^2 + 4} = a + \frac{1}{a}$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4} - x = \left(a + \frac{1}{a}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$$

12. 유리수 x, y 가 $(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y) = 8$ 을 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 20

② 16

③ 12

④ 10

⑤ 8

해설

$(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y) = 8$ 을 전개하여 정리하면

$$(4x + 4y - 8) - (xy + 8)\sqrt{2} = 0$$

$$\therefore 4x + 4y - 8 = 0 \Rightarrow x + y = 2$$

$$\therefore xy + 8 = 0 \Rightarrow xy = -8$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times (-8) = 20$$

13. 두 함수 $f(x) = -\sqrt{2x+1}+4$, $g(x) = \sqrt{5-x}+3$ 에 대하여 $(g \circ f)(4)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(4) = -\sqrt{2 \cdot 4 + 1} + 4 = 1$$

$$(g \circ f)(4) = g(f(4)) = g(1) \text{ 이므로}$$

$$(g \circ f)(4) = \sqrt{5-1} + 3 = 5$$

14. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ &= 2ax + 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ &= 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}\end{aligned}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

15. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f 가 $f : x \rightarrow x + 1$ 로 주어질 때, $f^{2006}(2)$ 의 값은 얼마인가? (단, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$, n 은 자연수)

① 2002

② 2004

③ 2006

④ 2008

⑤ 2010

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = (x + 1) + 1 = x + 2$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = (x + 2) + 1 = x + 3$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = (x + 3) + 1 = x + 4$$

$\vdots$

이상에서 $f^n(x) = x + n$ 이므로

$$f^{2006}(x) = x + 2006$$

$$\therefore f^{2006}(2) = 2 + 2006 = 2008$$

16. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하고 $f^{-1}(3) = 1$, $(f \circ f)(x) = x$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

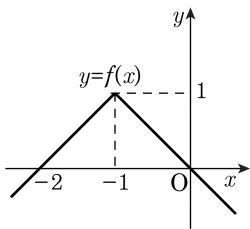
⑤ 3

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 에서 $f = f^{-1}$

따라서 $f(3) = f^{-1}(3) = 1$

17. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



- ① $y = |x - 1| - 1$
- ② $y = |x + 1| - 1$
- ③ $y = |x - 1| + 1$
- ④ $y = -|x + 1| + 1$
- ⑤ $y = -|x + 1| - 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
 $y = -|x|$ 에 x 대신 $x + 1$,
 y 대신 $y - 1$ 을 대입하면 $y - 1 = -|x + 1|$
 즉, $f(x) = -|x + 1| + 1$ 이므로 $y = -|x + 1| + 1$

18. $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x - a}{x(x-1)}$$

따라서, $a+b=1$, $a=-1$

$$\therefore a=-1, b=2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$$

19. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여 푼다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

20. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 10$$

▶ 답 :

▶ 정답 : -9

해설

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} = \frac{x-1}{x-1-x} = 1-x$$

$$1-x=10$$

$$\therefore x=-9$$

21. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

22. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\frac{-x + 2(y + 4z) - 8 \times z}{-5 + 2 \times 2 - 8 \times 3}$$
$$= \frac{-x + 2y + 8z - 8z}{-5 + 4 - 24} = \frac{-x + 2y}{-25}$$

$$\therefore A = -25$$

23. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.

$$\therefore 2 + (-3) = -1$$

24. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(2, 3)$ 을 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-1} \text{ 라 하면 } f(2) = 3, f^{-1}(2) = 3$$

$$f(2) = 2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$f^{-1}(2) = 3$ 에서 $f(3) = 2$ 이므로

$$f(3) = \frac{3a+b}{2} = 2 \quad \therefore 3a+b=4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1 \quad \therefore ab = 1$$

25. $1 < a < 4$ 일 때, $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-4)^2} + |a-1| \\ &= |a-4| + |a-1| \\ &= -a + 4 + a - 1 = 3 \end{aligned}$$

26. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.

즉, $a = 3$, $b = 5$

$\therefore a + b = 8$

27. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{에서}$$

$$f(x) = 5x + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(x)) &= f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1 \\ &= 25x + 6\end{aligned}$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

28. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 가 있다. 이 함수의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이기 위한 필요충분조건은?

① $a - d = 0$

② $a + d = 0$

③ $ad = 1$

④ $ad = -1$

⑤ $ad - bc = 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{\frac{a}{c}(cx+b) - \frac{ab}{c} + b}{cx+d} \\ &= \frac{\frac{b}{c}(c-a)}{cx+d} + \frac{a}{c} = \frac{b(c-a)}{c(cx+d)} + \frac{a}{c} \end{aligned}$$

주어진 분수함수의 점근선은

$$x = -\frac{d}{c}, y = \frac{a}{c} \text{ 이므로}$$

그래프는 점 $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 에 대하여 대칭이다. 이때, 이 분수함수의

그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 점 $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 은 직선

$y = x$ 위에 있다.

$$\therefore \frac{a}{c} = -\frac{d}{c}, a = -d$$

$$\therefore a + d = 0$$

29. $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{1}{b} - \frac{1}{a+b}$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ $\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4 + \sqrt{12}} &= \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 \\ &= 2 + (\sqrt{3} - 1)\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = \sqrt{3} - 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{b} - \frac{1}{a+b} &= \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{\sqrt{3}-1}{2} = 1\end{aligned}$$

30. $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 - y^3 - 3(x - y)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$y = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore x - y = \sqrt{2}, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned} &x^3 - y^3 - 3(x - y) \\ &= (x - y)^3 + 3xy(x - y) - 3(x - y) \\ &= (\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

31. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-1}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 이고,
함수 $f(x) = \sqrt{ax+b} + c$ 에 대하여 $f(2) = -1$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의
정의역과 치역을 차례로 구하면?

- ① $\{x \mid x \leq -3\}, \{y \mid y \geq 1\}$
 ② $\{x \mid x \geq -2\}, \{y \mid y \geq -3\}$
 ③ $\left\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\right\}, \{y \mid y \leq -2\}$
 ④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq -1\}$
 ⑤ $\{x \mid x \geq 2\}, \{y \mid y \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-1} = -\frac{5}{x-1} + 2 \text{ 이므로 점근선의 방정식은 } x = 1, \\ y = 2$$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} + c \text{ 에서 } f(2) = -1 \text{ 이므로}$$

$$-1 = 2 + c \quad \therefore c = -3$$

$$\text{즉, } f(x) = \sqrt{x+2} - 3 \text{ 이므로}$$

정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -3\}$ 이다.

32. 다음 중 함수의 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않는 것을 모두 고르면?

① $y = \sqrt{2x} - 1$

② $y = \sqrt{x} + 1$

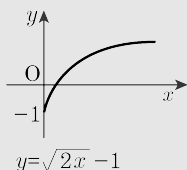
③ $y = -\sqrt{2-x}$

④ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

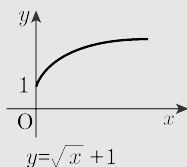
⑤ $y = \sqrt{1-x} + 1$

해설

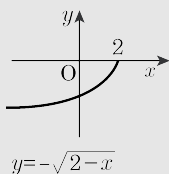
① 제 1, 4 사분면을 지난다.



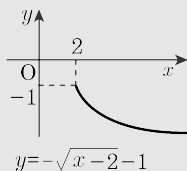
② 제 1 사분면을 지난다.



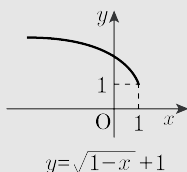
③ 제 3, 4 사분면을 지난다.



④ 제 4 사분면을 지난다.



⑤ 제 1, 2 사분면을 지난다.



따라서 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않는 것은 ③, ④이다.

33. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$ 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$ 에서

$x \geq 0, 8-x \geq 0$ 이므로

정의역은 $\{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$, $f(x) \geq 0$ 이므로

$\{f(x)\}^2$ 이 최대일 때 $f(x)$ 도 최대이고

$$\{f(x)\}^2 = x + 2\sqrt{8x-x^2} + 8-x = 8 + 2\sqrt{8x-x^2}$$

이때, $y = 8x-x^2 = -(x-4)^2 + 16$ 이므로

$0 \leq x \leq 8$ 에서 $x=4$ 일 때 최댓값 16을 가진다.

따라서 $x=4$ 일 때 $\{f(x)\}^2$ 은

최댓값 16을 가지므로

$f(x)$ 의 최댓값은 4이다.

34. 두 함수 $y = \sqrt{x+3}$ 과 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 갖도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $1 \leq k < \frac{13}{4}$

② $2 \leq k < \frac{13}{4}$

③ $3 \leq k \leq \frac{13}{4}$

④ $3 < k < \frac{13}{4}$

⑤ $3 \leq k < \frac{13}{4}$

해설

직선과 포물선이 접하려면 $\sqrt{x+3} = x+k$

$$\therefore x+3 = (x+k)^2$$

$$x^2 + (2k-1)x + (k^2-3) = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-3) = 0$$

$$4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 12 = 0$$

$$\therefore -4k + 13 = 0$$

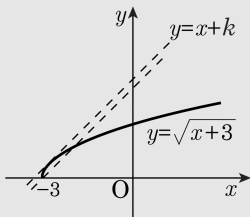
$$\therefore k = \frac{13}{4}$$

또, 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-3, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -3 + k \quad \therefore k = 3$$

따라서 서로 다른 두 개의 교점을 가질 때의 k 의 값의 범위는

$$3 \leq k < \frac{13}{4}$$



35. $\begin{cases} 2x+1 & (x \geq 1) \\ x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 $f^{-1}(5) + f^{-1}(k) = -2$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -2$

해설

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 1) \\ x+2 & (x < 1) \end{cases} \text{ 에서}$$

$x \geq 1$ 일 때, $f(x) \geq 3$ 이며

$x < 1$ 일 때, $f(x) < 3$ 이다.

이 때, $f^{-1}(5) + f^{-1}(k) = -2$ 에서

$f^{-1}(5) = a$ 라고 놓으면

$$f(a) = 5 \geq 3 \text{ 이므로 } f(a) = 2a + 1 = 5$$

$$\therefore a = 2$$

$$\text{그러므로 } f^{-1}(k) = -4$$

$$f(-4) = -4 + 2 = k \quad (\because -4 < 3)$$

$$\therefore k = -2$$