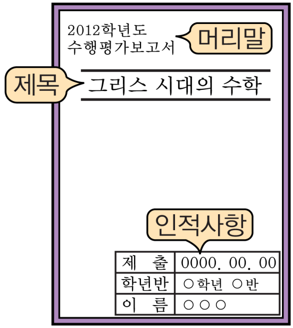
1. 다음 그림은 어떤 학생이 작성한 수행평가 보고서의 표지이다.



구분	글꼴
머리말	중고딕, 견고딕, 굴림체
제목	중고딕, 견고딕, 굴림체, 신명조, 견명조, 바탕체
인적사항	신명조, 견명조, 바탕체

머리말, 제목, 인적사항에 서로 다른 글꼴을 표기할 때, 가능한 방법은 몇가지인지 구하여라.

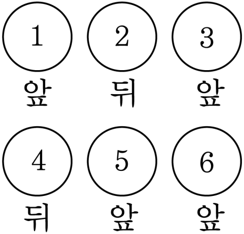
▶ **답 :** ＿＿＿＿ 가지

▷ **정답 :** 36 가지

해설

머리말과 인적사항의 글꼴들은 모두 다르므로 머리말의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3 가지,
인적사항의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3 가지이다.
제목의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 머리말, 인적사항의 글꼴을 제외한 4 가지이므로
전체 경우의 수는 $3 \times 3 \times 4 = 36$

2. 다음 그림과 같이 1부터 6까지의 번호가 붙어 있는 동전 6개 중에서 2개를 뒤집어서 앞면과 뒷면의 개수가 변하지 않게 하려 한다. 서로 다른 방법은 모두 몇 가지 있는가?



① 4가지　② 8가지　③ 12가지
④ 16가지　⑤ 24가지

해설

앞면과 뒷면의 개수가 변하지 않으려면, 앞면 하나와 뒷면 하나를 뒤집어야 한다.
따라서 $4 \times 2 = 8$ 가지

3. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2000 = 2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는

$2^j \cdot 5^k (0 \le j \le 4, 0 \le k \le 3)$ 의 형태이다.

그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은

$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$

$2^2 \cdot 5^k \ (k = 1,\ 3)$

$2^3 \cdot 5^k \ (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$

$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로

구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

4. 국어책 2권, 영어책 2권, 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 수학책끼리 이웃하지 않도록 꽂는 방법의 수는?

① 512 ② 700 ③ 816 ④ 1024 ⑤ 1440

해설

국어책, 영어책을 먼저 배열하고 그 사이 사이에 수학책 3 권을 배열하는 경우와 같다.

$\Rightarrow 4! \times {}_5P_3 = 1440$

5. 남자 아이 4명과 여자 아이 3명이 일렬로 서서 기차놀이를 하려하고 있다. 단 여자 아이들은 연속해서 줄세우지 않고 기차를 만든다면 몇 가지의 기차를 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 1440 가지

해설

남자아이 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$
남자아이들 사이 및 양끝에 5 개의 자리 중 3 개의 자리에 여자아이를 세우는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 60 = 1440$

6. 자신의 영문 이름을 이용하여 이메일 아이디를 만들려고 한다 첫 번째 자리에는 자신의 영문 이름 중 모음을, 두 번째 자리에는 자음을, 세 번째 자리에는 다시 모음을 사용하여 만들 때, 영문 이름이 Lee Soon-shin 인 사람이 만들 수 있는 아이디의 개수는? 단, 대소문자의 구분은 없고, 같은 알파벳은 2번 이상 사용하지 않는다.

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

두 번째 자리에 올 수 있는 자음의 가지수는 4가지이고,
모음 3가지를 첫 번째 세 번째에 배열하는 방법은 ${}_3P_2$ 이다.
$\therefore 4 \times {}_3P_2 = 24$

7. 철수네 분단의 학생을 일렬로 세우려고 한다. 철수, 규철, 영희 세 학생 중에서는 철수가 가장 앞에 서고, 영희가 가장 뒤에 선다고 한다. 이 때, 경우의 수가 120 일 때 철수네 분단의 학생들의 수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

전체를 줄세운 다음 철수, 규철, 영희 세 사람 사이에 순서를 바꾸어 줄서는 경우를 나누어 주면 된다. 철수네 분단의 학생의 수를 n 이라 하면

$\frac{n!}{3!} = 120,$

$n! = 120 \times 3! = (6 \times 5 \times 4) \times (3 \times 2 \times 1) = 6!$

$\therefore\ n = 6$

8. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는?

① $\dfrac{n!}{2}$ ② $n!$ ③ $(n-1)!$

④ $\dfrac{(n-1)!}{2}$ ⑤ $2(n-1)!$

해설

특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우기 위해서는 A와 B의 순서가 항상 고정되어 있어야 한다.

$\times\times A\times\cdots\times B\times\cdots\times$

즉, A와 B의 순서가 바뀔 수 없으므로 A, B를 같은 A로 놓고, 일렬로 나열하는

$\times\times A\times\cdots\times A\times\cdots\times$방법의 수를 구하는 것과 같다.

따라서, 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는 $\dfrac{n!}{2!}=\dfrac{n!}{2}$

9. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 세 명의 순서가 하나로 정해져 있다. 방법의 수는?

① $\dfrac{n!}{2}$ ② $\dfrac{n!}{6}$ ③ $n!$

④ $\dfrac{(n-1)!}{2}$ ⑤ $3(n-1)!$

해설

n명을 일렬로 세우는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

그런데 여기에는 순서가 정해진 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 포함되어 있다.

즉, 세 명의 자리를 바꾸는 방법의 수만큼 배가 된 것이므로 세 명이 자리를 바꾸는 방법의 수로 나누면 된다.

따라서 구하는 방법의 수는 $\dfrac{n!}{3!} = \dfrac{n!}{6}$

10. *climate* 의 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 세 모음이 알파벳 순서가 되도록 나열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 840

해설

세 모음의 순서는 $a,\ e,\ i$ 로 정해져 있다.

7 개의 문자를 나열한 후 $a,\ e,\ i$를 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$\therefore\ \dfrac{7!}{3!} = 840$

11. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6 명이 앉는 방법의 수를 남학생 3 명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

12. $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ____개

▷ 정답 : 48 개

해설

일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 경우는 다음 두 가지이다.

□□□3□6, □□□6□3

이때, 나머지 네 자리에 1, 2, 4, 5 의 숫자를 배열하는 방법의 수는

각각 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

따라서, 구하는 자연수는 모두 $2 \times 24 = 48$(개) 이다.

13. '국회의사당'의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$

14. 여섯 개의 알파벳 I, L, O, V, E, U 를 일렬로 배열할 때, 적어도 네 개의 알파벳 L, O, V, E가 이웃하여 $LOVE$ 로 나타나지 <u>않는</u> 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 714 가지

해설

6 개의 알파벳을 일렬로 배열하는 방법의 수는 $6!$ 이고 L, O, V, E 을 묶어 일렬로 나열하는 방법의 수,
즉 $LOVE$ 가 나타나는 경우의 수는 $3!$ 이므로
구하는 경우의 수는 $6! - 3! = 720 - 6 = 714$

15. 남학생 3명, 여학생 3명을 일렬로 세울 때, 여학생 3명 중 적어도 2명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144 ② 240 ③ 432 ④ 576 ⑤ 720

해설

6명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$

여학생 3명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3명을 세우고, 남학생 3명 사이 및 양끝 4개의 자리에 여학생 3명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$

따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$

16. 어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3 명씩 모두 12 명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4 명으로 구성된 3 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 80　　② 144　　③ 216　　④ 240　　⑤ 288

해설

어느 한 지역의 세 사람을 각 1 명씩으로 하는 세 조를 생각하자.
나머지 세 지역의 사람들을 세 조에 배정하면 되므로
$3! \times 3! \times 3! = 6^3 = 216$

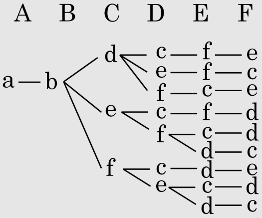
17. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1장씩 나누어 줄 때 6명 중 어느 2명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

① 60가지 ② 85가지 ③ 120가지

④ 135가지 ⑤ 145가지

해설

A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.



∴ (A, B) 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고, 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

∴ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$(가지)

18. 10 원, 100 원, 500 원짜리 동전이 각각 12 개, 3 개, 2 개가 있다. 이들 동전을 사용하여 지불할 수 있는 방법의 종류를 a가지, 지불할 수 있는 금액의 수를 b가지라 할 때, $a-b$ 의 값은? (단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

① 18　　② 21　　③ 24　　④ 27　　⑤ 35

해설

(1) 각 동전을 사용하지 않는 경우도 지급방법 중에 포함되므로 각 동전수에 1을 더한 값을 곱하고 0 원을 지불하는 경우는 제외하므로 3가지 동전을 모두 사용하지 않은 경우를 제한다.
$\therefore\ a=(12+1)\times(3+1)\times(2+1)-1=155$

(2) 10 원 짜리 동전을 합하여 100 원짜리 동전을 나타낼 수 있으므로 100 원 짜리 동전을 10 원짜리 동전으로 환산하면, 10 원짜리 동전 42 개, 500 원 짜리 동전 2 개를 지불하는 방법과 같으므로
$b=(42+1)\times(2+1)-1=128$

$\therefore a-b=155-128=27$

19. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 4 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불하는 경우에 지불방법의 수를 a, 지불금액의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 98 가지

해설

10 원, 50 원, 100 원짜리 동전을 각각 x 개, y 개, z 개 사용한다고 하면,

1) 지불방법의 수는

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$y = 0, 1, 2, 3$

$z = 0, 1, 2$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외한 지불방법의 총 가짓수 a 는,

$a = 5 \times 4 \times 3 - 1 = 59$ (가지)

2) 지불금액의 수를 구할 때 50 원짜리가 3 개이므로 이 중 2 개를 합하면 100 원짜리 하나와 같으므로 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꾸어 생각한다.

즉, 50 원짜리 7 개, 10 원짜리 4 개로 계산하는 금액과 동일하다.

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외한 지불금액의 총 가짓수 b 는,

$b = 5 \times 8 - 1 = 39$

$\therefore a + b = 59 + 39 = 98$

해설

a 를 구하기 위하여 동전 1 개, 2 개, $\cdots\cdots$ 9 개로 각각 만들 수 있는 금액의 경우를 알아보면,

동전 1 개 $\Rightarrow$ $10, 50, 100$

동전 2 개 $\Rightarrow$ $20, 60, 100, 110, 150, 200$

동전 3 개 $\Rightarrow$ 30, 70, 110, 120, 150, 160, 200, 210, 250

동전 4 개 $\Rightarrow$ 40, 80, 120, 130, 160, 170, 210, 220, 250, 260, 300

동전 5 개 $\Rightarrow$ 90, 130, 140, 170, 180, 220, 230, 260, 270, 310, 350

동전 6 개 $\Rightarrow$ 140, 180, 190, 230, 240, 270, 280, 320, 360

동전 7 개 $\Rightarrow$ $190, 240, 280, 290, 330, 370$

동전 8 개 $\Rightarrow$ $290, 340, 380$

동전 9 개 $\Rightarrow$ 390

이상에서, 지불방법의 총 가짓수 a 는,

$a = 3 + 6 + 9 + 11 + 11 + 9 + 6 + 3 + 1 = 59$ (가지)

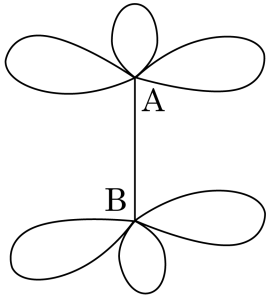
20. 10 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 100 원짜리 동전 1 개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b라 할 때, $a-b$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

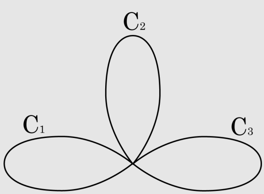
10 원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0 원, 10 원, 20 원
50 원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0 원, 50 원, 100 원, 150 원
100 원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0 원, 100 원
(1) 지불할 수 있는 방법의 수 : $3 \times 4 \times 2 - 1 = 23$
(2) 지불할 수 있는 금액의 수 : 50 원짜리 2 개로 지불하는 금액과 100 원짜리 1 개로 지불하는 금액이 같으므로 100 원짜리 동전 1 개를 50 원짜리 동전 2 개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 5 개의 지불방법의 수와 같다.
10 원짜리 지불 방법 3가지
50 원짜리 지불 방법 6가지
지불하지 않는 방법 1가지 $\therefore\ 3 \times 6 - 1 = 17$
$\therefore\ a-b = 23-17 = 6$

21. 다음 그림과 같이 도형을 그리는데 연필을 떼지 않고 한 번에 그리는 방법의 수는? (A 또는 B 에서 시작한다.)



① 4588　② 4592　③ 4600　④ 4608　⑤ 4612

해설



A 에서 B 로 가는 방법의 수를 생각한다.

C_1, C_2, C_3 의 순으로 그리는 방법 :

각각을 시계 방향, 반시계 방향으로 그릴 수 있으므로

$2 \times 2 \times 2 = 8$

C_1, C_2, C_3 를 선택하여 배열하는 방법의 수 : $3! = 6$

따라서 $(8 \times 6)^2 = 2304$

그런데 B 에서 A 로 그리는 방법도 있으므로

$2304 \times 2 = 4608$

22. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

규칙1: 에너지가 증가하면 b상태의 전자는 c상태로 올라가고, a상태의 전자 중 일부는 b상태로, 나머지는 c상태로 올라간다. 규칙2: 에너지가 감소하면 b상태의 전자는 a상태로 내려가고, c상태의 전자 중 일부는 b상태로, 나머지는 a상태로내려간다.

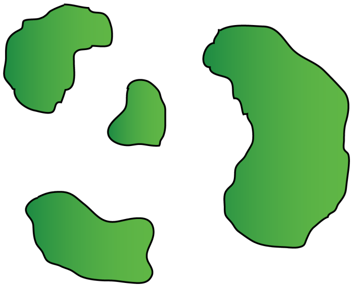
<단계1>에서 전자는 a상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계2>가 되면 이 전자는 b상태 또는 c상태가 된다. 이때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \to b$와 $a \to c$의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \to b \to a$, $a \to c \to b$, $a \to c \to a$의 3가지이다. 이와 같이 순서대로 에너지가 증감을 반복할 때, <단계1>부터 <단계7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

단계 1 : 1가지,
단계 2 : 2가지,
단계 3 : 3가지,
단계 4 : 5가지 $\cdots$
즉, 피보나치 수열을 이룬다.
따라서 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, $\cdots\cdots$
$\therefore$ 단계 7 : 21

23. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D라 하자.

(i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는

$A \to B \to C \to D$

$A \to C \to D \to B$

$\vdots$

$D \to C \to B \to A$

$B \to D \to C \to A$

$\vdots$

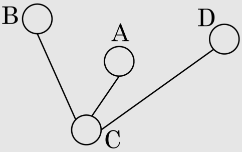
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

$A \to B \to C \to D$와 $D \to C \to B \to A$,

$A \to C \to D \to B$와 $B \to D \to C \to A$는 같은 방법이므로

$\frac{24}{2} = 12$ (가지)

(ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.



$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)

24. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지) 이다.
이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.
그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

25. 똑같은 의자 20 개가 일렬로 배열되어 있다. 여기에 구별되지 않는 똑같은 공 8 개를 올려놓으려고 할 때, 이웃하는 공 사이에 홀수 개의 빈 의자가 있도록 하는 방법의 수는?(단, 한 의자에는 한 개의 공만 올려놓는다.)

① 45 ② 90 ③ 725

④ 62985 ⑤ 125970

해설

20 개의 의자에 1 번부터 20 번까지 번호를 부여했다고 하자.
만약 공 하나가 홀수번호인 의자에 놓였다면 홀수개의 빈 의자를 지나 다음 공이 놓이게 되므로 이 의자의 번호도 홀수이다.
마찬가지로 하나의 공이 짝수번호인 의자에 놓였다면 다음 공이 놓인 의자의 번호도 짝수이다.
즉 8 개의 공은 모두 홀수 번호의 의자에 놓이거나 모두 짝수 번호의 의자에 놓이게 된다.
따라서, 구하는 경우의 수는 10 개의 홀수 번 의자중 8 개를 택하거나, 10 개의 짝수번 의자 중 8 개를 택하는 경우의 수이다.
$\therefore {}_{10}C_8 + {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 + {}_{10}C_2 = 90$

26. 정수는 대학생이 되면 해외로 배낭여행을 하기로 하고, 가고 싶은 나라를 대륙별로 아래 표와 같이 적어보았다. 정수는 두 대륙을 여행하되 먼저 방문하는 대륙에서는 3개국을 여행하고, 두 번째 방문하는 대륙에서는 2개국을 여행하기로 하였다. 정수가 계획할 수 있는 배낭여행의 경우의 수를 구하여라. (단, 방문국의 순서는 고려하지 않는다.)

대륙	가고 싶은 나라
아시아	일본, 중국, 인도, 태국
유럽	프랑스, 이탈리아, 스페인, 그리스
아메리카	미국, 멕시코, 브라질
아프리카	이집트, 리비아, 튀니지

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설

(i) 4 개국이 있는 2 대륙을 여행하는 경우 :

$2 \times {}_4C_3 \times {}_4C_2 = 2 \times 4 \times 6 = 48$

(ii) 3 개국이 있는 2 대륙을 여행하는 경우 :

$2 \times {}_3C_3 \times {}_3C_2 = 2 \times 1 \times 3 = 6$

(iii) 4 개국이 있는 대륙과 3 개국이 있는 대륙을 여행하는 경우 :

$4 \times ({}_4C_3 \times {}_3C_2 + {}_3C_3 \times {}_4C_2) = 72$

이상을 정리하면 126

27. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

S	*M*	*T*	*W*	*T*	*F*	*S*
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원이는 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

① 30 ② 45 ③ 60 ④ 90 ⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{ (가지)}$$

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ (가지)}$$

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15 \times 6 \times 1 = 90$ (가지)

28. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84 ② 94 ③ 102 ④ 106 ⑤ 118

해설

중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하므로 한식 4 종류, 중식 2 종류, 일식 3 종류에서 모두 4 가지 종류의 음식을 주문하면 된다.

$$\therefore {}_9C_4 = \frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126 \text{ (가지)}$$

그런데 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되는 사건의 여사건은 한식만 주문하거나 한식과 중식만 주문하거나 중식과 일식만 주문하는 경우이다. 따라서 여사건의 종류와 그 경우의 수는 다음 표와 같다.

④한식	②중식	③일식	경우의수
4			${}_4C_4 = 1$
3	1		${}_4C_3 \times {}_2C_1 = 8$
2	2		${}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6$
	1	3	${}_2C_1 \times {}_3C_3 = 2$
	2	2	${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $126-(1+8+6+2+3) = 106$ (가지)

29. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 A 에서 A 로의 함수 f 의 개수는?

㉠ 함수 f 는 일대일대응이다. ㉡ $f(1) = 5$ 이다. ㉢ $a \geq 2$ 이면 $f(a) \leq a$ 이다.

① 4　② 8　③ 16　④ 32　⑤ 64

해설

조건 ㉢에 의해 $f(2) \leq 2$이므로 $f(2)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
조건 ㉠, ㉢에 의해 $f(3) \leq 3,\ f(3) \neq f(2)$ 이므로 $f(3)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
같은 방법으로 $f(4)$ 를 정하는 방법의 수도 ${}_2C_1$ 이고, $f(5)$ 를 정하는 방법의 수는 1
$\therefore\ {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 8$

30. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$에 대하여 치역과 공역이 일치하는 X에서 Y로의 함수의 개수는?

① 120개 ② 180개 ③ 240개

④ 300개 ⑤ 360개

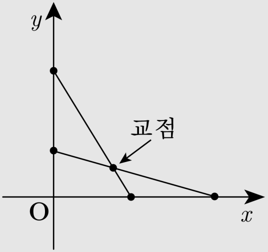
해설

정의역의 원소 5개 중 2개는 같은 함숫값을 가진다.
집합 X의 원소 중 같은 함숫값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는
$_5C_2 = 10$
택한 2개의 원소를 하나로 생각하여 집합 X의 원소 4개를 집합 Y의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는 $4! = 24$
따라서 구하는 함수의 개수는 $10 \times 24 = 240$(개)

31. 양의 x 축에서 10 개의 점, 양의 y 축에서 5 개의 점을 잡으면, 이 15 개의 점을 끝점으로 하는 제 1사분면의 선분 50 개가 만들어진다. 이 50 개의 선분이 만드는 교점의 최대수는?

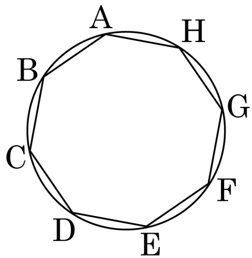
① 250 ② 450 ③ 500 ④ 1250 ⑤ 2500

해설



교점은 그림과 같이 두 선분이 X 자로 교차했을 때 1개씩 생기고, 이와 같이 교차하는 선분은 x축, y축에서 각각 2개씩의 점을 택하면 1 개씩 생긴다. 따라서 교점의 최대 개수는 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 경우이므로 ${}_{10}C_2 \cdot {}_5C_2 = 45 \cdot 10 = 450$ 이다.

32. 원에 내접하는 팔각형에서 세 개의 꼭짓점을 이을 때 만들어지는 삼각형을 다음과 같이 구하고자 한다.

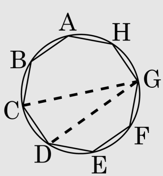


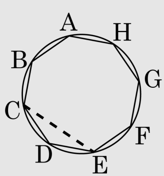
팔각형과 한 변을 공유하는 삼각형의 개수는 a 개, 팔각형과 두 변을 공유하는 삼각형의 개수는 b 개, 따라서 팔각형과 한 변도 공유하지 않는 삼각형의 개수는 c 개이다. 위의 과정에서 $a+b-c$ 의 값은?

① 24　② 26　③ 28　④ 30　⑤ 32

해설

한 변을 공유하는 경우는 한 변마다 꼭짓점이
4 개씩 있으므로,
$4\times 8 = 32$(개) $\Rightarrow$ $a = 32$
두 변을 공유하는 경우는 꼭짓점 한 개에 한 개씩
모두 8 (개) $\Rightarrow$ $b = 8$
따라서 변을 공유하지 않는 삼각형은
${}_8C_3 - 32 - 8 = 16$ $\Rightarrow$ $c = 16$





$\therefore$ $a+b-c = 32+8-16 = 24$

33. 좌표평면 위의 6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로 만들어지는 직사각형 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하지 않는직사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ____ 개

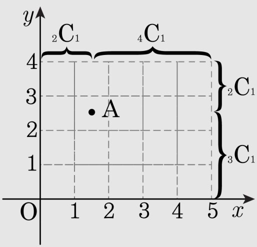
▷ 정답 : 102 개

해설

6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로 만들어지는 직사각형의 총 개수는

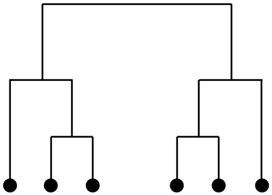
$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6\times5}{2}\times\frac{5\times4}{2} = 150\ (\text{개})$$

이 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하는 직사각형의 개수는 $({}_2C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_3C_1) = 8 \times 6 = 48$ (개)



따라서, 구하는 직사각형의 개수는 $150 - 48 = 102$ (개)

34. 씨름 대회에 참가한 6 명이 그림과 같은 토너먼트방식으로 시합을 가질 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인가?



① 45　② 60　③ 75　④ 90　⑤ 105

해설

우선 3 팀씩 두 조로 나눈다.

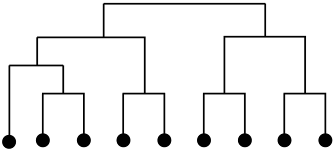
$\Rightarrow {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 10$

그리고 뽑은 세팀중에서 부전승 한팀만 뽑으면

한쪽의 대진표는 자연히 만들어 진다.

$\therefore 10 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1 = 90$

35. 9 개의 팀이 다음 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 가질 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인가?



① 3780　　② 7560　　③ 11340

④ 15120　　⑤ 18900

해설

일단 9 명을 5 명,4 명으로 나눈다. $\Rightarrow {}_9C_5 = 126$

1) 왼쪽의 조의 경우 먼저 3 명, 2 명으로 나누고, 3 명중 부전승으로 올라갈 사람 1 명을 선택한다.

$\Rightarrow {}_5C_3 \times {}_3C_1 = 30$

2) 오른쪽의 조는 2 명, 2 명으로 나눈다.

$\Rightarrow {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$

$\therefore 126 \times 30 \times 3 = 11340$