1. 무리식 $\sqrt{x-2}$의 값이 실수가 되도록 x의 값의 범위를 정하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \geq 2$

해설

$x-2 \geq 0 \quad \therefore x \geq 2$

2. $a > 0,\ b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2b^2} =$ $\square$ 이다. $\square$ 에 알맞은 식을 써넣어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-ab$

해설

$a^2 > 0,\ b^2 > 0$ 이므로
$\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2} = |a||b|$
$a > 0$ 일 때, $|a| = a$ 이고
$b < 0$ 일 때, $|b| = -b$
따라서 $\sqrt{a^2b^2} = a \cdot (-b) = -ab$

3. $x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$, $y=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2+(x-y)^2$ 의 값은?

① $2\sqrt{6}$ ② $-2\sqrt{6}$ ③ $5+2\sqrt{6}$

④ $5-2\sqrt{6}$ ⑤ $10-2\sqrt{6}$

해설

$x+y=\sqrt{5},\ x-y=-\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$\therefore (x+y)^2+(x-y)^2=5+\left(5-2\sqrt{6}\right)$

$=10-2\sqrt{6}$

4. 다음 무리함수 중 함수 $y = \sqrt{-x}$을 평행이동하여 얻을 수 없는 것을 고르면?

① $y = \sqrt{-x+2}$　② $y = \sqrt{-(x+1)}+3$

③ $y = \sqrt{3-x}$　④ $y = \sqrt{x-1}-1$

⑤ $y = \sqrt{-x}-1$

해설

$y = \sqrt{-x}$에서 x 앞의 부호가 반대일 경우
평행이동하여 얻을 수 없다.

5. 어떤 산에는 서로 다른 등산로가 5가지가 있다. 이 산을 올라갔다가 내려오는 방법의 수는? (단, 올라갈 때 간 등산로로 내려오지 않는다)

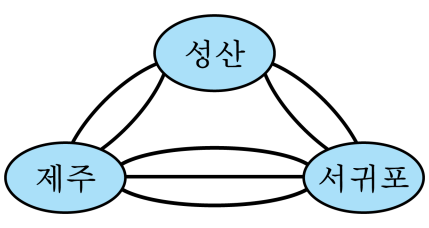
① 9 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

이 산의 등산로를 A, B, C, D, E 라고 하자. 올라갈 때 사용할 수 있는 등산로는 5 가지가 있다. 만약 A 등산로로 올라갔다면 내려올 때는 A 를 제외한 나머지 등산로 B, C, D, E 즉 4 가지 등산로를 이용해야 한다. 따라서 이 산의 등산로를 이용하는 방법의 수는 곱의 법칙을 이용하여

$5 \times 4 = 20$ (가지)

6. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 방법은 모두 몇 가지인가?



① 14 ② 24 ③ 36 ④ 42 ⑤ 49

해설

갈 때 7가지, 올 때 7가지
$7 \times 7 = 49$
$\therefore$ 49가지

7. ${}_7P_1 \cdot 3!$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$7 \times (3 \times 2 \times 1) = 42$

8. n 권의 책이있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n!$

해설

n 권에서 n 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_n = n!$

9. 알파벳 a, b, c, d, e, f 가 각각 적힌 여섯 장의 카드가 있다. 이 중 두 장을 뽑아 만들 수 있는 단어의 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$

10. 유리수 $a,\ b$에 대하여$(1+2\sqrt{2})a+(-1+\sqrt{2})b=5+7\sqrt{2}$가 성립할 때, $a+b$의 값은?

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -3

해설

$(1+2\sqrt{2})a+(-1+\sqrt{2})b=5+7\sqrt{2}$
$(a-b)+(2a+b)\sqrt{2}=5+7\sqrt{2}\cdots$㉠
$a,\ b$가 유리수이면
$a-b,\ 2a+b$도 유리수이므로 ㉠에서

$$\begin{cases} a-b=5 \\ 2a+b=7 \end{cases}$$

이것을 연립하여 풀면 $a=4,\ b=-1$
$\therefore\ a+b=3$

11. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

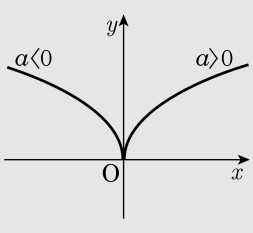
③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

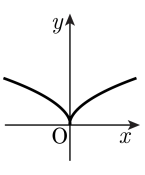
⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

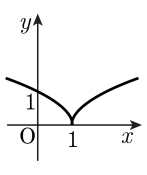
해설

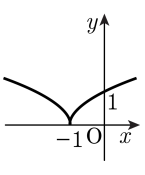
$a > 0$일 때와 $a < 0$일 때의 $y = \sqrt{ax}$의 그래프는 다음 그림과 같다.
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.
그러나 $a > 0$일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
$a < 0$일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$이므로 ①은 틀린 것이다.

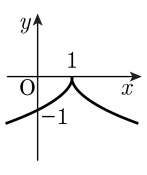


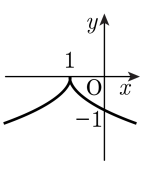
12. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$의 그래프를 구하면?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$x \geq -1$이면 $y = \sqrt{x+1}$
$x < -1$이면 $y = \sqrt{-x-1}$이므로
3번이 정답임.

13. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는
$(1,4)$, $(2,3)$, $(3,2)$, $(4,1)$: 4 가지
(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는
$(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$: 5 가지
그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로
$4 + 5 = 9$ (가지)
$\therefore 9$

14. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$ ② $7! \times 2!$ ③ $6! \times 2!$

④ $6!$ ⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,
묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$ 이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

15. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
$4! \times 3! = 144$

16. 10종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

${}_{10}C_3 = 120$

17. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과
노랑을 제외한 5 개의 색 중에 3 개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

18. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.
1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$
2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$
$\therefore 180 + 120 = 300$

19. $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$의 소수 부분을 각각 a, b라고 할 때, $\left(a-\frac{1}{a}\right)\left(b+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① $\sqrt{15}-3\sqrt{5}$ ② $\sqrt{15}+3\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{15}+2\sqrt{5}$
④ $\sqrt{15}-2\sqrt{5}$ ⑤ $-\sqrt{15}+3\sqrt{5}$

해설

$1<\sqrt{3}<2$에서 $\sqrt{3}=1+a$
$\therefore a=\sqrt{3}-1$
$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $\sqrt{5}=2+b$
$\therefore b=\sqrt{5}-2$

$$a-\frac{1}{a}=\sqrt{3}-1-\frac{1}{\sqrt{3}-1}$$
$$=\sqrt{3}-1-\frac{\sqrt{3}+1}{2}$$
$$=\frac{\sqrt{3}-3}{2}$$

$$b+\frac{1}{b}=\sqrt{5}-2+\frac{1}{\sqrt{5}-2}$$
$$=\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2=2\sqrt{5}$$

$$\therefore \left(a-\frac{1}{a}\right)\left(b+\frac{1}{b}\right)=\frac{\sqrt{3}-3}{2}\cdot 2\sqrt{5}$$
$$=\sqrt{15}-3\sqrt{5}$$

20. 함수 $y = -\sqrt{a-x} + b$ 의 정의역이 $\{ x \mid x \le 4 \}$이고, 그래프가 점 $(-5,\ 2)$를 지날 때, 이 함수의 치역은?

① $\{ y \mid y \ge 1 \}$ ② $\{ y \mid y \le 3 \}$ ③ $\{ y \mid y \ge 3 \}$

④ $\{ y \mid y \le 5 \}$ ⑤ $\{ y \mid y \ge 5 \}$

해설

$a - x \ge 0$ 에서 $x \le a$

$\therefore\ a = 4$

$y = -\sqrt{4-x} + b$ 의 그래프가 점 $(-5,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = -\sqrt{4-(-5)} + b$

$\therefore\ b = 5$

따라서 주어진 함수의 치역은 $\{ y \mid y \le 5 \}$

21. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

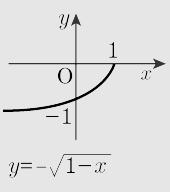
① $y=-\sqrt{1-x}$ ② $y=\sqrt{2x+4}-3$

③ $y=-\sqrt{2x+3}+3$ ④ $y=\sqrt{1-4x}+5$

⑤ $y=-\sqrt{6-2x}-1$

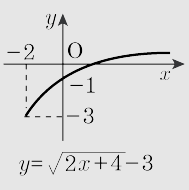
해설

① 제 3, 4 사분면을 지난다.



$y=-\sqrt{1-x}$

② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



$y=\sqrt{2x+4}-3$

③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

$y=-\sqrt{2x+3}+3$

④ 제 1, 2 사분면을 지난다.

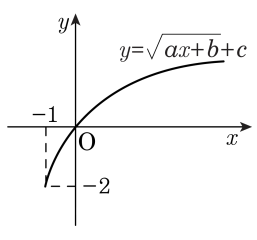
$y=\sqrt{1-4x}+5$

⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.

$y=-\sqrt{6-2x}-1$

따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

22. 함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

주어진 그래프에서 $y=\sqrt{ax+b}+c$ 의
그래프는 $y=\sqrt{ax}$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 -1 만큼,
y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이므로
$y=\sqrt{ax+b}+c$
$\Leftrightarrow \quad y=\sqrt{a(x+1)}-2$
이것이 원점을 지나므로 $0=\sqrt{a(0+1)}-2$
$\therefore \sqrt{a}=2 \quad \Rightarrow \quad a=4$
$y=\sqrt{4x+4}-2$
$\therefore a+b+c=4+4-2=6$

23. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i $(1 \le i \le 4)$ 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),
(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),
(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)

∴ 9 가지

24. $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

Y 의 원소 5 개 중 X 의 원소 $1, 2, 3$ 에
대응될 원소 3 개를 뽑으면 된다.
${}_5C_3 = 10$

25. 칠각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4 개의 점에 의해 결정되므로 칠각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_7C_4 = 35$