

1. 무리식 $\sqrt{x-2}$ 의 값이 실수가 되도록 x 의 값의 범위를 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \geq 2$

해설

$$x - 2 \geq 0 \quad \therefore x \geq 2$$

2. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2 b^2} = \square$ 이다. $\square$ 에 알맞은 식을 써넣어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-ab$

해설

$a^2 > 0$, $b^2 > 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = |a||b|$$

$a > 0$ 일 때, $|a| = a$ 이고

$b < 0$ 일 때, $|b| = -b$

따라서 $\sqrt{a^2 b^2} = a \cdot (-b) = -ab$

3. $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 + (x-y)^2$ 의 값은?

① $2\sqrt{6}$

② $-2\sqrt{6}$

③ $5 + 2\sqrt{6}$

④ $5 - 2\sqrt{6}$

⑤ $10 - 2\sqrt{6}$

해설

$$x + y = \sqrt{5}, \quad x - y = -\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore (x+y)^2 + (x-y)^2 = 5 + (5 - 2\sqrt{6})$$

$$= 10 - 2\sqrt{6}$$

4. 다음 무리함수 중 함수 $y = \sqrt{-x}$ 을 평행이동하여 얻을 수 없는 것을 고르면?

① $y = \sqrt{-x+2}$

② $y = \sqrt{-(x+1)} + 3$

③ $y = \sqrt{3-x}$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

⑤ $y = \sqrt{-x} - 1$

해설

$y = \sqrt{-x}$ 에서 x 앞의 부호가 반대일 경우
평행이동하여 얻을 수 없다.

5. 어떤 산에는 서로 다른 등산로가 5가지가 있다. 이 산을 올라갔다가 내려오는 방법의 수는? (단, 올라갈 때 간 등산로로 내려오지 않는다)

① 9

② 10

③ 15

④ 20

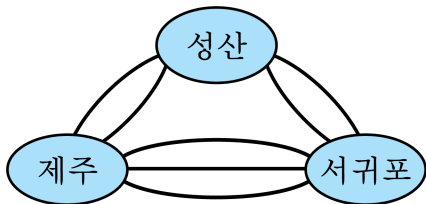
⑤ 25

해설

이 산의 등산로를 A, B, C, D, E 라고 하자. 올라갈 때 사용할 수 있는 등산로는 5 가지가 있다. 만약 A 등산로로 올라갔다면 내려올 때는 A 를 제외한 나머지 등산로 B, C, D, E 즉 4 가지 등산로를 이용해야 한다. 따라서 이 산의 등산로를 이용하는 방법의 수는 곱의 법칙을 이용하여

$$5 \times 4 = 20 \text{ (가지)}$$

6. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 방법은 모두 몇 가지인가?



① 14

② 24

③ 36

④ 42

⑤ 49

해설

갈 때 7가지, 올 때 7가지

$$7 \times 7 = 49$$

∴ 49가지

7. ${}_7P_1 \cdot 3!$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$7 \times (3 \times 2 \times 1) = 42$$

8. n 권의 책이 있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n!$

해설

n 권에서 n 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_n = n!$

9. 알파벳 a, b, c, d, e, f 가 각각 적힌 여섯 장의 카드가 있다. 이 중 두 장을 뽑아 만들 수 있는 단어의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

10. 유리수 a, b 에 대하여 $(1 + 2\sqrt{2})a + (-1 + \sqrt{2})b = 5 + 7\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -3

해설

$$(1 + 2\sqrt{2})a + (-1 + \sqrt{2})b = 5 + 7\sqrt{2}$$

$$(a - b) + (2a + b)\sqrt{2} = 5 + 7\sqrt{2} \cdots \textcircled{7}$$

a, b 가 유리수이면

$a - b, 2a + b$ 도 유리수이므로 $\textcircled{7}$ 에서

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ 2a + b = 7 \end{cases}$$

이것을 연립하여 풀면 $a = 4, b = -1$

$$\therefore a + b = 3$$

11. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

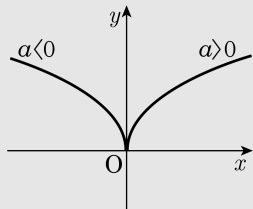
$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수 있다.

그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$

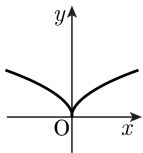
$a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로

①은 틀린 것이다.

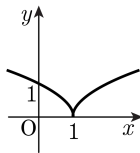


12. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

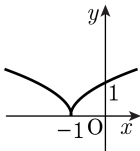
①



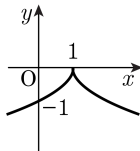
②



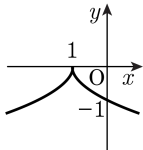
③



④



⑤



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$

$x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로

3번이 정답임.

13. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

14. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$

② $7! \times 2!$

③ $6! \times 2!$

④ $6!$

⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,

묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$ 이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

15. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72

② 112

③ 144

④ 216

⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.

$$4! \times 3! = 144$$

16. 10 종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

① 120

② 320

③ 540

④ 620

⑤ 720

해설

$${}_{10}C_3 = 120$$

17. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.



답:

가지



정답: 10가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

18. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120

② 240

③ 300

④ 360

⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.

1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

19. $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 각각 a , b 라고 할 때, $\left(a - \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{15} - 3\sqrt{5}$

② $\sqrt{15} + 3\sqrt{5}$

③ $\sqrt{15} + 2\sqrt{5}$

④ $\sqrt{15} - 2\sqrt{5}$

⑤ $-\sqrt{15} + 3\sqrt{5}$

해설

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{에서 } \sqrt{3} = 1 + a$$

$$\therefore a = \sqrt{3} - 1$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \text{에서 } \sqrt{5} = 2 + b$$

$$\therefore b = \sqrt{5} - 2$$

$$a - \frac{1}{a} = \sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \sqrt{3} - 1 - \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 3}{2}$$

$$b + \frac{1}{b} = \sqrt{5} - 2 + \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$$

$$= \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2 = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right) = \frac{\sqrt{3} - 3}{2} \cdot 2\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{15} - 3\sqrt{5}$$

20. 함수 $y = -\sqrt{a-x} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \leq 4\}$ 이고, 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 치역은?

① $\{y \mid y \geq 1\}$

② $\{y \mid y \leq 3\}$

③ $\{y \mid y \geq 3\}$

④ $\{y \mid y \leq 5\}$

⑤ $\{y \mid y \geq 5\}$

해설

$$a - x \geq 0 \text{ 에서 } x \leq a$$

$$\therefore a = 4$$

$$y = -\sqrt{4-x} + b \text{ 의 그래프가 점 } (-5, 2) \text{ 를 지나므로 } 2 = -\sqrt{4-(-5)} + b$$

$$\therefore b = 5$$

따라서 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq 5\}$

21. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x}$

② $y = \sqrt{2x+4} - 3$

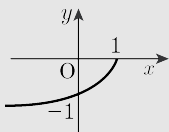
③ $y = -\sqrt{2x+3} + 3$

④ $y = \sqrt{1-4x} + 5$

⑤ $y = -\sqrt{6-2x} - 1$

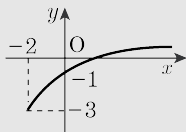
해설

① 제 3, 4 사분면을 지난다.



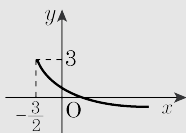
$y = -\sqrt{1-x}$

② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



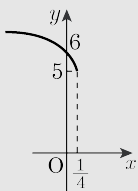
$y = \sqrt{2x+4} - 3$

③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.



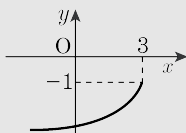
$y = -\sqrt{2x+3} + 3$

④ 제 1, 2 사분면을 지난다.



$y = \sqrt{1-4x} + 5$

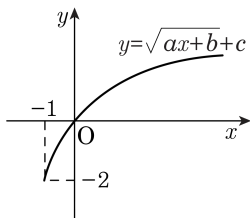
⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.



$y = -\sqrt{6-2x} - 1$

따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

22. 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의
그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼

평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{ax+b}+c$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)}-2$$

이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)}-2$

$$\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$y = \sqrt{4x+4}-2$$

$$\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$$

23. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$

$(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$

$(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$

$\therefore 9$ 가지

24. $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 1, 2, 3에 대응될 원소 3개를 뽑으면 된다.

$${}_5C_3 = 10$$

25. 칠각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4개의 점에 의해 결정되므로 칠각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_7C_4 = 35$