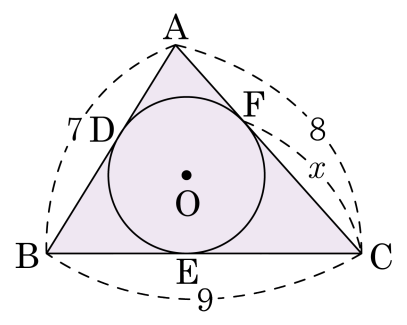
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F 는 접점이다. 다음은 $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{CA} = 8$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



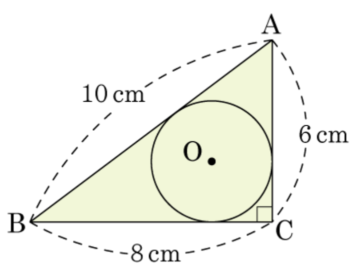
$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CE} = x$ 이고
$\overline{AF} =$ (㉠) , $\overline{BE} =$ (㉡)
$\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로
$\overline{AB} =$ (㉠) + (㉡) $= 7$
$\therefore x =$ (㉢)

① ㉠ $8 - x$　② ㉡ $9 - x$　③ ㉢ 5
④ $\overline{BD} = 3$　⑤ $\overline{BE} = 4$

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = 3, \overline{BD} = 7 - \overline{AD} = 7 - \overline{AF} = 7 - 3 = 4$

2. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O 의 반지름의 길이는?



① 1cm　② $\frac{3}{2}cm$　③ 2cm　④ $\frac{5}{2}cm$　⑤ 3cm

해설

원 O 와 직각삼각형 ABC 의 접점을 각각 D, E, F 라고 하고, 원의 반지름을 r라고 하자.

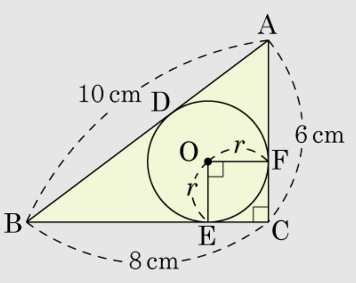
□CFOE 가 정사각형이므로

$\overline{CF} = \overline{CE} = r$ (cm)

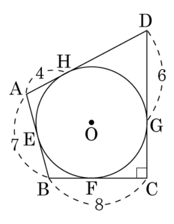
$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 8 - r(\text{cm})$, $\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 6 - r(\text{cm})$, $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$

$10 = (8 - r) + (6 - r)$, $2r = 4$,

$\therefore r = 2(\text{cm})$



3. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접하고 있다. 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AH} = 4$, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{DG} = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① 82 ② 84 ③ 86 ④ 88 ⑤ 90

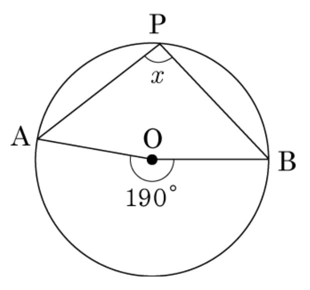
해설

$\overline{DH} = \overline{DG} = 6 \quad \therefore \overline{AD} = 10$
$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$
$7 + 6 + \overline{GC} = 8 + 10,\ \overline{GC} = 5$
$\therefore$ (원 O의 반지름) $= 5$

원의 중심 O 에서 각 변에 이르는 거리는 원의 반지름과 같으므로 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 5$ 이다.

($\square ABCD$의 넓이)
$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$
$= \dfrac{1}{2} \times 5 \times (7 + 8 + 10 + 11)$
$= 90$

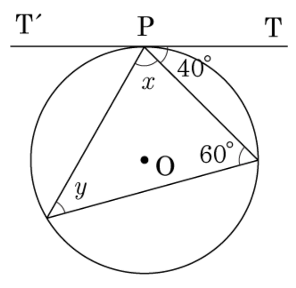
4. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① $x = 60^{\circ}$ ② $x = 100^{\circ}$ ③ $x = 40^{\circ}$
④ $x = 75^{\circ}$ ⑤ $x = 95^{\circ}$

해설
$x = \frac{1}{2} \times 190^{\circ} = 95^{\circ}$

5. $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기는?



① $10°$　② $20°$　③ $30°$
④ $40°$　⑤ $50°$

해설

$\angle y = 40°$

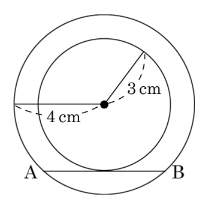
$\angle x = 180° - 60° - y°$

$= 180° - 60° - 40°$

$= 80°$

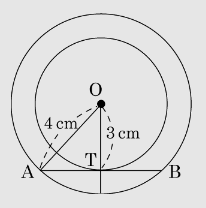
$\therefore\ \angle x - \angle y = 80° - 40° = 40°$

6. 다음 그림에서 두 동심원의 반지름의 길이는 각각 3cm, 4cm 이고 현 AB가 작은 원의 접선일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



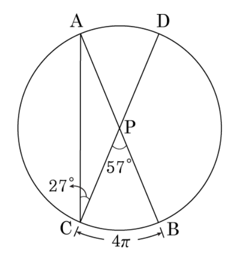
① $\sqrt{7}$ cm　② $2\sqrt{7}$ cm　③ $4\sqrt{7}$ cm
④ $6\sqrt{7}$ cm　⑤ $3\sqrt{7}$ cm

해설



동심원의 중심을 O , $\overline{AB}$ 와 작은 원의 접점을 T 라 하면 $\overline{AT}^2 = \overline{AO}^2 - \overline{OT}^2 = 4^2 - 3^2 = 7(\text{cm})$
$\therefore \overline{AT} = \sqrt{7}\text{cm}, \overline{AB} = 2\sqrt{7}\text{cm}$

7. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 교점이고 호 BC 의 길이는 4πcm 이다. $\angle ACD = 27°$, $\angle BPC = 57°$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이는?

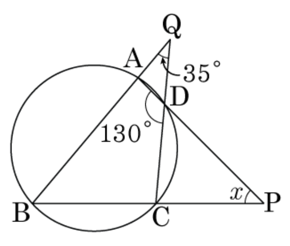


① 8πcm　② 12πcm　③ 16πcm
④ 20πcm　⑤ 24πcm

해설

$\triangle$ACP 에서 $\angle PAC = 30°$
5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 중심각은 $60°$
$\therefore$ 원의 둘레의 길이는 $4\pi \times 6 = 24\pi$

8. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle \mathrm{BQD} = 35°$, $\angle \mathrm{ADC} = 130°$ 일 때, x 의 값을 구하면?

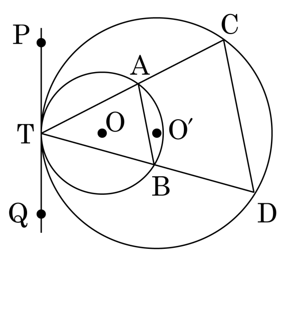


① 15°　② 20°　③ 25°　④ 35°　⑤ 45°

해설

$\angle \mathrm{QBP} = 50°$ ($\because \angle \mathrm{ADC}$ 의 대각) 이고
$\angle \mathrm{DCP} = \angle \mathrm{BQC} + \angle \mathrm{QBC} = 35° + 50° = 85°$
$\triangle \mathrm{DCP}$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
$130° = 85° + x°$
$\therefore x° = 45°$

9. 다음 그림에서 점 T 는 두 원의 공통인 접점이고, 직선 PQ 는 점 T 를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle TAB = \angle ACD$

② $\angle PTA = \angle BDC$

③ $\angle QTB = \angle CDB$

④ $\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$

⑤ $\triangle ABT \backsim \triangle CDT$

해설

③ $\angle DCT = \angle DTQ = \angle BAT$ 이고
$\angle CDT = \angle CTP = \angle ABT$ 이다.

10. 다음은 어느 빵집에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 크림빵의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 크림빵의 개수의 중앙값이 20, 최빈값이 28일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
크림빵의 개수	14	y	4	18	x	28	21

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

최빈값이 28이므로 $x = 28$ 또는 $y = 28$ 이다.
$x = 28$ 이라고 하면 4, 14, 18, 21, 28, 28, y에서 중앙값이 20이므로 $y = 20$이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은
$20 + 28 = 48$ 이다.

11. 다음 표는 20 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 도수분포표이다. 턱걸이 횟수의 평균이 8 회 일 때, a, b 의 값은?

계급값(회)	6	7	8	9	10	합계
도수	2	a	8	4	b	20

① $a=1,\ b=5$ ② $a=2,\ b=4$ ③ $a=3,\ b=2$
④ $a=4,\ b=2$ ⑤ $a=5,\ b=1$

해설

전체 학생 수가 20 명이므로 $2+a+8+4+b=20$
$\therefore\ a+b=6\cdots$ ㉠
또한, 평균이 8 회 이므로
$$\frac{6\times2+7\times a+8\times8+9\times4+10\times b}{20}=8,$$
$12+7a+64+36+10b=160$
$\therefore\ 7a+10b=48\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4,\ b=2$
$\therefore\ a=4,\ b=2$

12. 다음은 수희의 5 회에 걸친 100m 달리기 기록이다. 달리기 기록의 평균이 16 초, 분산이 1.2초일 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.(단 4 회보다 2 회의 기록이 더 좋았다.)

회차	1	2	3	4	5
기록 (초)	17	x	16	y	14

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 16$

▷ 정답 : $y = 17$

해설

$\frac{17+x+16+y+14}{5} = 16$, $x + y = 33$ 이다.

$\frac{1+(x-16)^2+0+(y-16)^2+4}{5} = 1.2$, $(x-16)^2+(y-16)^2 =$ 1 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $x = 16$, $y = 17$ 이다.

13. 다음 중 [보기] 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

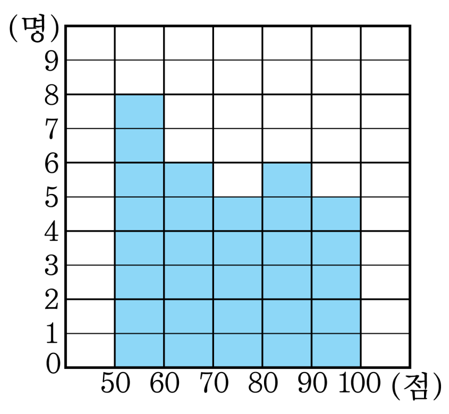
㉠ 1 부터 20 까지의 자연수
㉡ 1 부터 20 까지의 짝수
㉢ 1 부터 20 까지의 홀수

① ㉠ > ㉡ = ㉢　② ㉡ < ㉠ = ㉢　③ ㉠ < ㉡ = ㉢
④ ㉡ > ㉠ = ㉢　⑤ ㉠ = ㉡ = ㉢

해설

㉡ 와 ㉢ 의 표준편차는 같고, ㉠의 표준편차는 이들보다 크다.

14. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$ ② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$ ③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$ ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

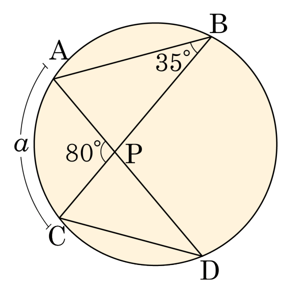
평균 : $\frac{55\times 8+65\times 6+75\times 5+85\times 6}{30}+\frac{95\times 5}{30}=73$

편차 : $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산 : $\frac{(-18)^2\times 8+(-8)^2\times 6+2^2\times 5+12^2}{30}+\frac{6+22^2\times 5}{30}=\frac{628}{3}$

표준편차 : $\sqrt{\frac{628}{3}}=\frac{2\sqrt{471}}{3}$

15. 다음 그림에서 $5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AC}} = a$ 일 때, $5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 를 구하면?



① $\frac{6}{5}a$ ② $\frac{7}{5}a$ ③ $\frac{8}{7}a$
④ $\frac{9}{7}a$ ⑤ $\frac{10}{9}a$

해설

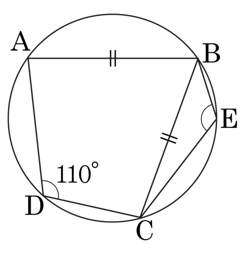
$\triangle$ABP 에 의해 $\angle \mathrm{APC} = \angle \mathrm{ABP} + \angle \mathrm{BAP}$

$\angle \mathrm{BAP} = 80\,° - 35\,° = 45°$

$5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AC}} : 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = 35° : 45° = a : 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$

$5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BD}} = \frac{45\,°}{35\,°} = \frac{9}{7}a$

16. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 의 외접원 위의 호 AD 위에 점 E 를 잡을 때, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle D = 110°$ 이면 보기에서 옳지 않은 것을 골라라.



보기

㉠ $\angle BAC = \angle BCA$ 이다.

㉡ $\angle ABC = 70°$ 이다.

㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 55°$ 이다.

㉣ $\angle BEC + \angle BCA = 180°$ 이다.

㉤ $\angle BEC = 115°$ 이다.

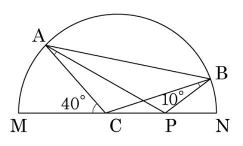
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ 내접사각형 ABEC 에서 $\angle BEC = 180° - \angle BAC = 180° - 35° = 125°$

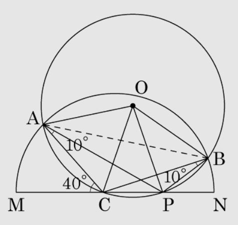
17. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. □ACPB 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10°$, $\angle APC = 30°$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



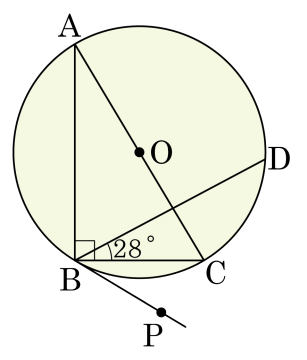
① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,
$\angle APC = 30°$,
$\angle AOC = 2\angle APC = 60°$ (원주각과 중심각),
$\angle COP = 2\angle CAP = 20°$ (원주각과 중심각)
$\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,
$\therefore\ \angle AOC = \angle COB = 60°$,
$\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40°$
$\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$



18. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 28°$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 31 °

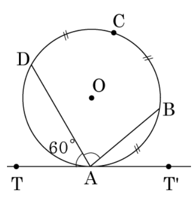
해설

$\angle ABD = 90° - 28° = 62°$

$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180° - 62°) = 59°$

$\angle CBP = \angle DBP - 28° = \angle BAD - 28° = 31°$

19. 다음 그림에서 직선 TA 는 원 O 의 접선이고 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$, $\angle\mathrm{DAT} = 60°$ 이다. $\angle\mathrm{BAD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : 80 °

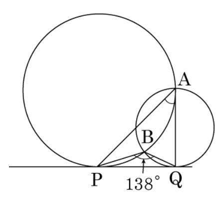
해설

$\overline{\mathrm{BD}}$ 를 그으면 $\angle\mathrm{BAT}' = \angle\mathrm{ADB}$

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ $= 1 : 2$ 이므로 $\angle\mathrm{BAT}' = \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAD}$

$60° + \angle\mathrm{BAD} + \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAD} = 180°$ 이므로 $\angle\mathrm{BAD} = 80°$

20. 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원에 동시에 접한다. $\angle PBQ = 138^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



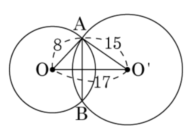
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad ^\circ}$

▷ 정답 : $42\underline{^\circ}$

해설

$\overline{AB}$ 를 그으면 $\angle QPB = \angle BAP$, $\angle PQB = \angle BAQ$ 이므로
$\angle PAQ = \angle QPB + \angle PQB = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$

21. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 $8, 15$ 인 두 원이 두 점 A, B 에서 만나고 중심 사이의 거리가 17 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{240}{17}$ cm

해설

$\triangle AOO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{AO'}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90°$ 이다. 점 A 에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\triangle AOO' = \frac{1}{2} \times \overline{AO} \times \overline{AO'} = \frac{1}{2} \times \overline{OO'} \times \overline{AH}$

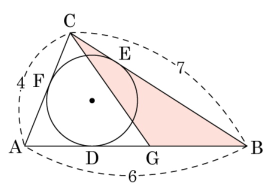
$AO \times \overline{AO'} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$

$8 \times 15 = 17 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = \frac{120}{17}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = \frac{240}{17}(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle$ABC 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AC} = 4$ 이고 $\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle$GBC 의 넓이는?



① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 6-a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 4-a$

$\overline{BC} = (6-a)+(4-a) = 7$ 이므로

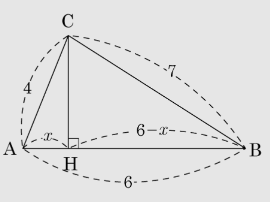
$a = \overline{AD} = \frac{3}{2}$, $\overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle DBC = \frac{3}{4}\triangle ABC$ 이고

$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 이므로 $\triangle GBC = \frac{3}{5}\triangle DBC$

$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20}\triangle ABC$

다음 그림에서 $\overline{AH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 6 - x$



$\overline{CH^2} = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \therefore\ x = \frac{1}{4}$

$\triangle$AHC 에서 $\overline{CH} = \sqrt{4^2 - (\frac{1}{4})^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{255}$

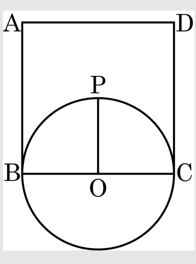
$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20}\triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4}\sqrt{255} = \frac{27}{80}\sqrt{255}$

23. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 내부에 있는 한 점 P 가 $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 16$ 을 만족하면서 움직일 때, 점 P 가 움직이는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2π

해설



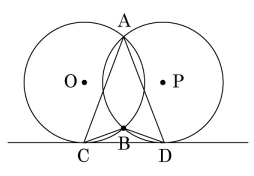
$\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 16 = \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle PBC$ 는 $\angle P \geq 90°$ 인 삼각형이다.

따라서 P 가 움직이는 영역의 넓이는

(반원 O 의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 2^2 \times \pi = 2\pi$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 두 원 O, P 가 두 점 A, B 에서 만나고, 공통외접선과 두 원 O, P 가 만나는 접점을 각각 C, D 라고 할 때, $\angle CAD + \angle CBD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 180 °

해설

보조선 AB 를 그으면 $\overline{CD}$ 는 공통외접선이므로
접선과 현이 이루는 성질에 의하여
원 O 에서 $\angle BCD = \angle CAB$
원 P 에서 $\angle BDC = \angle BAD$
$\therefore \angle CAD + \angle CBD$
$= (\angle BCD + \angle BDC) + \angle CBD$
$= 180°$ ($\because$ $\triangle BCD$의 내각의 크기의 합)

25. 네 개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균이 2 이고, 표준편차가 2 일 때, $2a-1,\ 2b-1,\ 2c-1,\ 2d-1$ 의 평균을 m , 분산을 s 라고 하자. 이때, 상수 $m,\ s$ 의 합 $m+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

네 개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=2$$

$$\therefore a+b+c+d=8 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또한, $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차가 2 이므로 분산은 $2^2=4$ 이다.

즉,

$$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2+(d-2)^2}{4}=4$$

$$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2+(d-2)^2=16$$

$$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4+d^2-4d+4=16$$

$$a^2+b^2+c^2+d^2-4(a+b+c+d)+16=16$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2+c^2+d^2-4\times8+16=16$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=32$$

한편, $2a-1,\ 2b-1,\ 2c-1,\ 2d-1$ 의 평균은

$$\frac{(2a-1)+(2b-1)+(2c-1)+(2d-1)}{4}=$$

$$\frac{2(a+b+c+d)-4}{4}=\frac{2\times8-4}{4}=3$$

이고, 분산은

$$\frac{(2a-1-3)^2+(2b-1-3)^2+(2c-1-3)^2}{4}+\frac{(2d-1-3)^2}{4}$$

$$=\frac{(2a-4)^2+(2b-4)^2+(2c-4)^2+(2d-4)^2}{4}$$

$$=\frac{4(a^2+b^2+c^2+d^2)-16(a+b+c+d)}{4}+\frac{4\times16}{4}$$

$$=\frac{4\times32-16\times8+64}{4}=16$$

따라서 $m=3,\ s=16$ 이므로 $m+s=3+16=19$ 이다.