

1. 20 이하의 자연수 중 약수의 개수가 2개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하고자 하는 수는 20 이하의 소수이다.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 총 8개이다.

2. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 합성수는 약수의 개수가 3 개이다.
- ② 짝수인 소수가 있다.
- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 의 배수는 모두 합성수이다.
- ⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

- ① 합성수의 약수의 개수는 3 개 이상이다.
- ④ 2 의 배수 중에 2 는 소수이다.
- ⑤ 짝수인 2 도 소수이다.

3. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

4. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?

① 18

② 30

③ 45

④ 60

⑤ 72

해설

$$\begin{aligned}7200 &= 2^5 \times 3^2 \times 5^2 \\ \therefore 2 \times 3 \times 5 &= 30\end{aligned}$$

5. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

6. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7

⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

7. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.

8. 어떤 수를 5로 나누었더니 몫이 6이고, 나머지가 2이었다. 이 수를 3으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

9. 6의 약수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

10. 100 이하의 13 의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 7 개

▷ 정답 : 7 개

해설

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 의 7 개이다.

11. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

12. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

⋮

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

13. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

14. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$18 = 2 \times 3^2$
곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,
 $(2 \times 3^2) \times x = y^2$
 $x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$
 $= 2, 8, 18, \dots$

15. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (n + 1) = 20$

$\therefore n = 4$

16. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \quad \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

17. 어떤 자연수 x 를 7 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지는 4 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$x = 7 \times 6 + y$ ($0 \leq y < 7$) 이고 y 는 4 보다 큰 소수이므로 $y = 5$ 가 되어 $x = 7 \times 6 + 5 = 47$ 이다.

18. 어떤 수를 13 으로 나누면 6 이 남는 수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 13 \times k + 6$ 이다.
 $k = 15$ 일 때, $x = 13 \times 15 + 6 = 201$ 이고 $k = 16$ 일 때,
 $x = 13 \times 16 + 6 = 214$ 이다.
따라서 200 에 가장 가까운 수는 201 이다.

19. 200 에 가장 가까운 14 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$14 \times 14 = 196$, $14 \times 15 = 210$ 이므로 200 에 가장 가까운 배수는 196 이다.

20. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.

㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣ 392 는 4 의 배수이다.

㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣. 392 는 4 의 배수이다.

21. 다음 중 3의 배수인 것은?

① 124

② 263

③ 772

④ 305

⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $2 + 7 + 3 = 12$ 가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

22. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{9})^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{7})^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

23. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$2^4 = 8$

㉡

$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢

$3^2 = 2^3$

㉤

$\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥

$\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉥
- ④ ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

24. 792를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

25. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

26. 자연수 a, b, c 에 대하여 $750a = 180b = c^2$ 이 성립할 때, c 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설

$$750a = 2 \times 3 \times 5^3 \times a, 180b = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times b,$$

위 두 식이 가장 작은 c^2 의 형태가 되려면,

$$a = 2 \times 3 \times 5, b = 5^3 \text{ 이어야 한다.}$$

따라서,

$$c^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^4$$

$$\therefore c = 150$$

27. 72를 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$\frac{72}{x} = \frac{2^3 \times 3^2}{x}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 $x = 2, x = 2 \times 3^2, x = 2^3, x = 2^3 \times 3^2$ 이다.

3의 배수가 되지 않아야 하므로 $x = 2 \times 3^2, x = 2^3 \times 3^2$ 중 작은 자연수는 $x = 2 \times 3^2 = 18$ 이다.

28. x 는 96의 약수일 때, x 값이 될 수 없는 것은?

① 2

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 2×3^3

⑤ 2^5

해설

④ $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$ 이므로 2×3^3 은 96의 약수가 아니다.

29. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

㉠ $19^3 \times 31$

㉡ 2×5^4

㉢ $3^2 \times 7 \times 11$

㉣ $3^2 \times 11^2 \times 13$

㉤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

㉠ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

㉡ $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)

㉢ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

㉣ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

㉤ $9 + 1 = 10$ (개)

30. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은?

- ① $8, 3^3$
- ② $21, 5 \times 7$
- ③ $45, 2^2 \times 3$
- ④ $100, 2^{10}$
- ⑤ $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

- ① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.
- ② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개) 이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개) 이다.
- ③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개) 이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개) 이다.
- ④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개) 이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10 + 1 = 11$ (개) 이다.
- ⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

31. $2^3 \times 7^2 \times a^2 \times b$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
(단, a, b 는 2, 7을 제외한 소수이다.)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 72 개

해설

$$(3+1) \times (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 72(\text{개})$$

32. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 차례대로 기호를 써라.

㉠ 360	㉡ 1125
㉢ 384	㉣ 244

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 정답 : ㉣
- ▶ 정답 : ㉡
- ▶ 정답 : ㉢
- ▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ 24 개
㉡ 12 개
㉢ 16 개
㉣ 6 개

33. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.