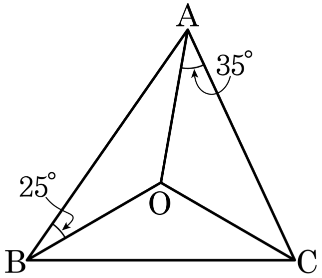
1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OCB$의 크기는?



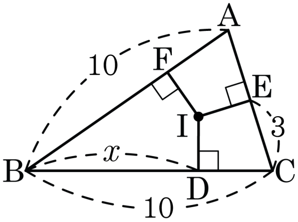
① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\therefore \angle OCB = 90° - 35° - 25° = 30°$

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

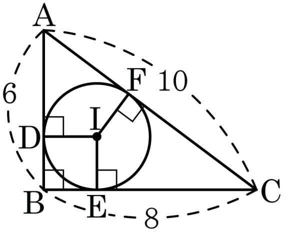
해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{CE} = \overline{CD}$이다.

$\overline{BC} = x + \overline{CD}$

$\therefore\ x = 10 - 3 = 7$

3. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 10$)



① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

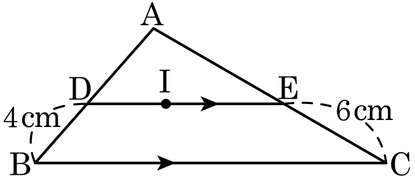
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$,

$\frac{1}{2} \times (6+8+10) \times r = 24 \therefore r = 2$

4. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 평행한 직선과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 교점을 각각 D , E 라고 한다. $\overline{\mathrm{BD}} = 4\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이는?



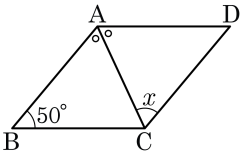
① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{DI}} + \overline{\mathrm{EI}} = \overline{\mathrm{DB}} + \overline{\mathrm{EC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{DE}} = 4 + 6 = 10(\mathrm{cm})$ 이다.

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



① 60 ② 65 ③ 70

④ 75 ⑤ 80

해설

$$\angle x = \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}\ (\text{엇각})$$

$$\angle \mathrm{A} = 130^\circ$$

$$\therefore\ \angle x = 65^\circ$$

6. 다음 조건 중에서 사각형 ABCD 는 평행 사변형이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $\overline{AD}//\overline{BC}, \overline{AB}=\overline{DC}$

② $\angle A=\angle C, \angle B=\angle D$

③ $\angle B+\angle C=180°, \angle A+\angle B=180°$

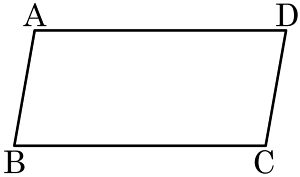
④ $\overline{AO}=\overline{CO}, \overline{BO}=\overline{DO}$(점 O는 대각선의 교점이다.

⑤ $\overline{AD}//\overline{BC}, \overline{AB}//\overline{DC}$

해설

① 반례는 등변사다리꼴이 있다.

7. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 3x-2y$, $\overline{CD} = -2x+7y$, $\overline{DA} = 15$ 일 때, 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 7$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{cases} -2x + 7y = 7 & \cdots ㉠ \\ 3x - 2y = 15 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

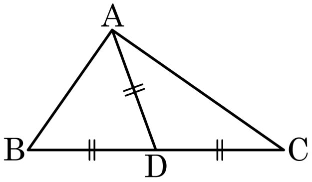
㉠ $\times 3 +$ ㉡ $\times 2$ 를 하면

$17y = 51, y = 3$

$y = 3$ 을 ㉠ 에 대입하면

$-2x + 21 = 7, 2x = 14, x = 7$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 없는 삼각형의 종류는 무엇인가?

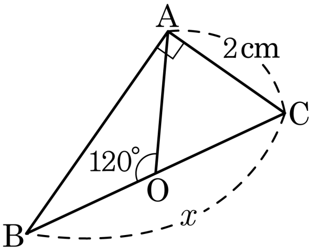


① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 직각삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

9. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

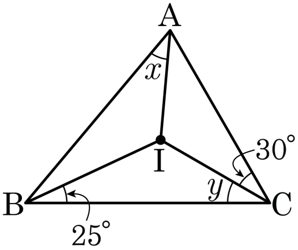
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60°(\because 180° - \angle AOB)$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$

$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\mathrm{cm})$

10. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값을 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 65°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IAB + \angle IBC + \angle ICA = 90°$

$\angle x + 25° + 30° = 90°$

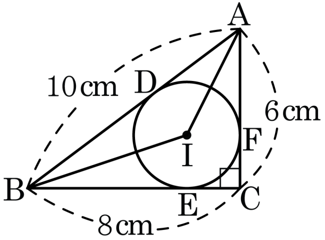
$\angle x = 35°$

$\angle ICA = \angle ICB = 30°$이므로

$\angle y = 30°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 35° + 30° = 65°$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① 4cm^2　② 6cm^2　③ 8cm^2

④ 10cm^2　⑤ 12cm^2

해설

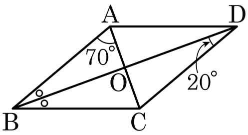
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$
$$= \frac{1}{2} \times r \times (10+8+6)$$
$$= 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABO = \angle CBO$, $\angle OAB = 70°$, $\angle ODC = 20°$ 일 때, $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



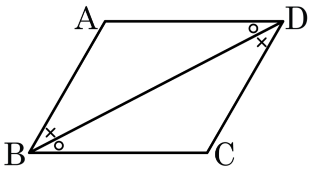
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 70°

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle ABD = 20°$ 이고, $\triangle ABC$ 에서 $\angle OCB = 180° - (70° + 40°) = 70°$ 이다.

13. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\overline{AB} =$ ㄱ, $\overline{AD} = \overline{BC}$

[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로

ㄴ $= \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle ADB =$ ㄷ (엇각) ⋯ ㉡

ㄹ 는 공통 ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB (ㅁ 합동)

$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

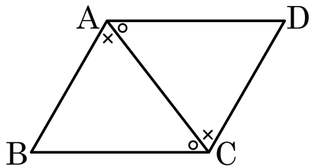
① ㄱ : $\overline{CD}$ ② ㄴ : $\angle ABD$ ③ ㄷ : $\angle CDB$

④ ㄹ : $\overline{BD}$ ⑤ ㅁ : ASA

해설

③ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

14. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 ···㉠

$\overline{AB} \,/\!/ \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ···㉡

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC$ ···㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)

$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$　② ㄴ : $\overline{AC}$　③ ㄷ : $\overline{DC}$

④ ㄹ : $\angle BCA$　⑤ ㅁ : SAS

해설

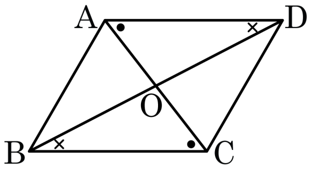
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로

$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

15. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동)이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

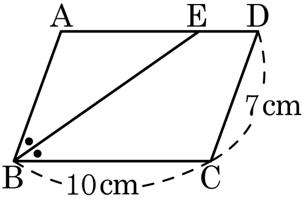
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : __________ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

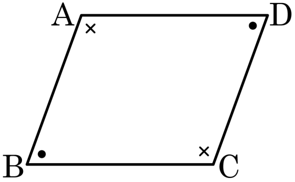
$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)

즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AE} = 7(\,\text{cm})$

$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 7 = 3(\,\text{cm})$

17. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\angle A = \angle C$, $\boxed{㉠}$

$\angle A = \angle C = a$

$\boxed{㉠} = b$라 하면

$2a + 2b = \boxed{㉡}$

$\therefore a + b = \boxed{㉢}$

$\boxed{㉣}$의 합이 $180°$이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\boxed{㉤}$

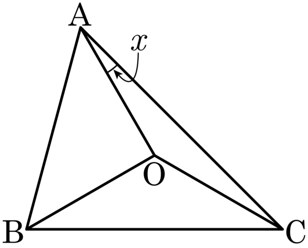
① ㉠ : $\angle B = \angle D$　　② ㉡ : $360°$　　③ ㉢ : $180°$

④ ㉣ : 엇각　　⑤ ㉤ : $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

해설

동측내각의 합이 $180°$이다.

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

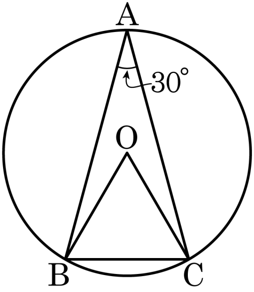
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \dfrac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \dfrac{1}{2} = 15°$

19. 점O 는 반지름의 길이가 $3\,\text{cm}$ 인 외접원의 중심이다. $\angle\text{BAC} = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?



① $\dfrac{3}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ② $4\pi\,\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{5}{2}\pi\,\text{cm}^2$

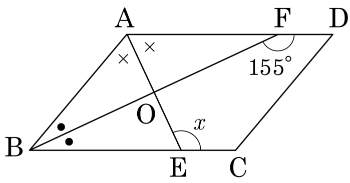
④ $\dfrac{3}{4}\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $\dfrac{5}{4}\pi\,\text{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle\text{BOC} = 2\angle\text{A} = 2\times30° = 60°$ 이므로

부채꼴의 넓이는 $\pi \times 3^2 \times \dfrac{60}{360} = \dfrac{3}{2}\pi(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선의 교점을 O라 하자 $\angle BFD = 155^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{115^\circ}$

해설

$\overline{AE}$에 의하여 이등분되는

$\angle A$를 $\angle DAE = \angle BAE = a$라 하고

$\overline{BF}$에 의하여 이등분되는

$\angle B$를 $\angle ABF = \angle EBF = b$라 하면

평행사변형에서 이웃하는 각의 크기의 합이 180°이므로

$2a + 2b = 180^\circ$

$a + b = 90^\circ$

$\angle AFB = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$이고 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 엇각의 성질에 의하여 $b = 25^\circ$

$a + b = 90^\circ$이므로 $a + 25^\circ = 90^\circ$

$\therefore\ a = 65^\circ$

$\triangle ABE$에서 두 내각의 합은 이웃하지 않은 외각의 크기와 같으므로 $a + 2b = \angle x$

$\therefore\ \angle x = 65^\circ + 50^\circ = 115^\circ$