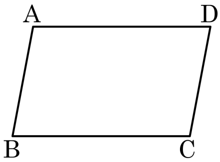
1. 다음 중 다음 □ABCD 가 평행사변형이 되지 않는 것은?



① $\angle A = \angle C,\ \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

③ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

④ $\overline{AD} = \overline{BC},\ \angle A + \angle B = 180°$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°,\ \angle A + \angle D = 180°$

해설

③ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.

2. 다음 중 항상 닮은 도형인 것은?

① 한 변의 길이가 같은 두 직사각형

② 밑변의 길이가 같은 두 직각삼각형

③ 두 이등변 삼각형

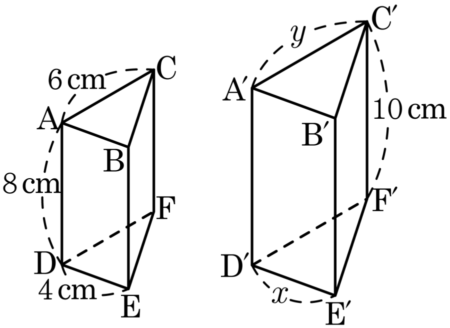
④ 반지름의 길이가 다른 두 원

⑤ 두 마름모

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 호의 길이가 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.

3. 다음 그림의 두 닮은 삼각기둥에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{A'B'}$ 이 서로 대응하는 변일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12.5 cm

해설

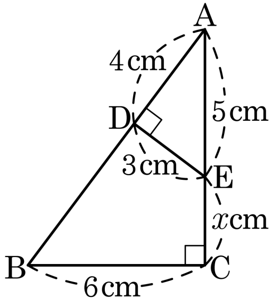
$\overline{AD} : \overline{C'F'} = 8 : 10 = 4 : 5$

$4 : x = 4 : 5, x = 5(\text{cm})$

$6 : y = 4 : 5, y = 7.5(\text{cm})$

$\therefore x + y = 5 + 7.5 = 12.5(\text{cm})$

4. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{5}{2}$　④ 3　⑤ 4

해설

$\triangle$ABC 와 $\triangle$AED 에서 $\angle$A 는 공통,

$\angle ACB = \angle ADE = 90°$ 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)

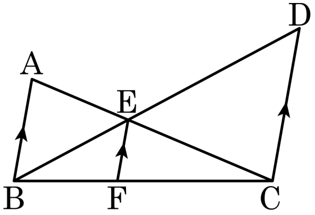
$\overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$

$(5+x) : 4 = 6 : 3$

$3(5+x) = 24$

$5+x=8 \qquad \therefore \ x=3$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{EF} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이고 $\overline{AB} : \overline{DC} = 2 : 3$일 때, $\overline{EF} : \overline{CD}$는?

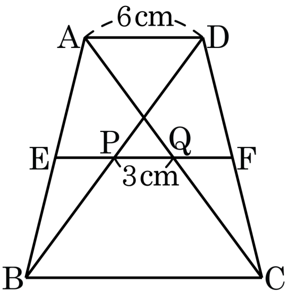


① 5 : 6 ② 2 : 3 ③ 2 : 5 ④ 5 : 2 ⑤ 3 : 2

해설

$\overline{BE} : \overline{DE} = 2 : 3$이므로 $\overline{BE} : \overline{BD} = 2 : 5$이다. 따라서 $\overline{EF} : \overline{CD} = 2 : 5$이다.

6. 다음 그림은 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 점E 와 F 는 각각 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DC}$ 의 중점이고, $\overline{AD}=6\text{cm}$, $\overline{PQ}=3\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

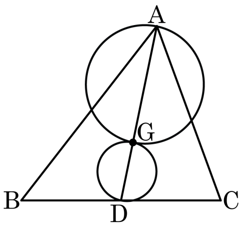


① $8cm$ ② $10cm$ ③ $12cm$ ④ $14cm$ ⑤ $15cm$

해설

$\overline{AE}:\overline{AB}=1:2$ 이므로 $\overline{EP}=3\text{cm}$ 이다. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EQ}=6\text{cm}$, $6:x=1:2$이므로 $x=6\times2=12$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라고 할 때, $\overline{AG}$, $\overline{GD}$ 를 지름으로 하는 두 원이 있다. $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 16π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$$\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD} = 8\ (\text{cm})$$

$\therefore$ (원의 넓이)$= 4 \times 4 \times \pi = 16\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$

8. 축척이 $\dfrac{1}{100000}$ 인 지도에서 실제 거리가 5km 인 두 지점은 길이가 얼마로 나타나는가?

① 5cm ② 15cm ③ 25cm ④ 40cm ⑤ 50cm

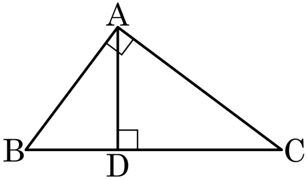
해설

축척이 $\dfrac{1}{100000}$ 이므로 닮음비는 $1 : 100000$ 이다. 지도에서의 거리를 x 라 하면

$1 : 100000 = x : 500000$

$\therefore x = \dfrac{500000}{100000} = 5\,\text{cm}$

9. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\angle A = \angle ADC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 15$, $\overline{BD} = 9$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 150

해설

$\triangle BAD \backsim \triangle BCA$ 이므로 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{BD} : \overline{BA}$

$\therefore \ \overline{BA}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{BD}$

$\overline{DC} = x$ 라 하면 $15^2 = (9 + x) \cdot 9$

$\therefore \ x = 16$

$\triangle ADB \backsim \triangle CDA$ 이므로

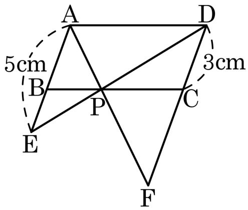
$\overline{AD} : \overline{CD} = \overline{DB} : \overline{DA}$

$\overline{AD} : 16 = 9 : \overline{DA}$

$\overline{DA}^2 = 144 \therefore \ \overline{DA} = 12$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $25 \times 12 \times \dfrac{1}{2} = 150$ 이다.

10. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, $\overline{AE}=5\text{cm}$, $\overline{CD}=3\text{cm}$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\overline{CF}=4.5\,\underline{\text{cm}}$

해설

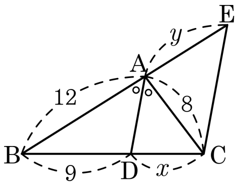
□ABCD 가 평행사변형 이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}=3\,(\text{cm})$ 이고, $\overline{BE}=\overline{AE}-\overline{AB}=5-3=2(\text{cm})$ 가 된다. $\triangle EAD$ 에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BP}$ 이므로

$\overline{AB}:\overline{BE}=\overline{DP}:\overline{PE}=3:2$ 가 되며,

$\triangle PAE \backsim \triangle PFD$ 이므로 $\overline{PE}:\overline{PD}=\overline{AE}:\overline{FD}$, $2:3=5:(3+x)$, $2(3+x)=15$, $2x=9$

따라서 $x=\dfrac{9}{2}=4.5(\text{cm})$ 가 된다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$일 때, $x+y$의 값은?



① 14 ② 13 ③ 12

④ 11 ⑤ 10

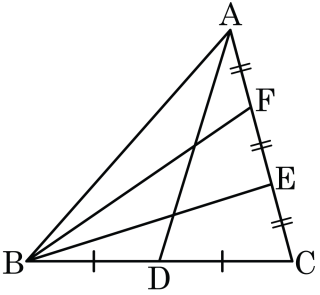
해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로 $12 : 8 = 9 : x \therefore x = 6$

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로 $12 : y = 9 : 6 \therefore y = 8$

$\therefore x + y = 6 + 8 = 14$

12. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 삼등분점이고 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 중선이다. $\triangle \mathrm{ABF}$ 를 a 라 할 때, $\triangle \mathrm{ABD}$ 를 a에 관하여 나타내면?

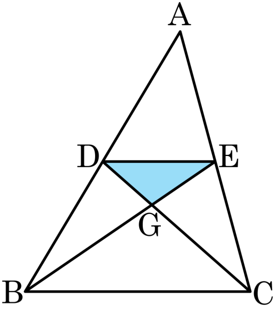


① $\frac{7}{2}a$ ② $\frac{5}{2}a$ ③ $2a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $3a$

해설

점 E, F 가 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 삼등분점이므로 $\triangle \mathrm{ABC} = 3\triangle \mathrm{ABF} = 3a$ 이고, $\triangle \mathrm{ABC} = 2\triangle \mathrm{ABD} = 3a$ 이다. 따라서 $\triangle \mathrm{ABD} = \frac{3}{2}a$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\triangle DGE = 4\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



① $32\mathrm{cm}^2$　② $36\mathrm{cm}^2$　③ $40\mathrm{cm}^2$

④ $44\mathrm{cm}^2$　⑤ $48\mathrm{cm}^2$

해설

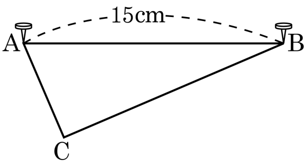
$\triangle BDE$ 에서 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle BDG : \triangle DGE = 2 : 1$

$\triangle BDG : 4 = 2 : 1$　　$\therefore\ \triangle BDG = 8\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle BDG = \dfrac{1}{6}\triangle ABC$　　$\therefore\ \triangle ABC = 48\ (\mathrm{cm}^2)$

14. 15 cm 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이 36 cm 의 끈을 걸어서 다음 그림과 같이, ∠C 가 직각이 되게 하려고 한다. 변 AC 를 몇 cm 로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



① 9 cm ② 10 cm ③ 11 cm ④ 12 cm ⑤ 13 cm

해설

$\overline{AB} = 15\,\text{cm}, \overline{AC} = x\,\text{cm}, \overline{BC} = 21 - x\,\text{cm}$ 로 둘 수 있다. ($\because$ 둘레의 길이가 36 cm)

$15^2 = x^2 + (21 - x)^2$

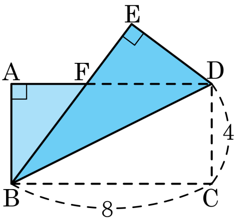
$2x^2 - 42x + 216 = 0$

$x^2 - 21x + 108 = 0$

$(x - 9)(x - 12) = 0$

$\therefore x = 9(\because \overline{AC} < \overline{BC})$

15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle\mathrm{ABF}$ 의 넓이는?



① $5\,\mathrm{cm}^2$ ② $6\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7\,\mathrm{cm}^2$ ④ $8\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $9\,\mathrm{cm}^2$

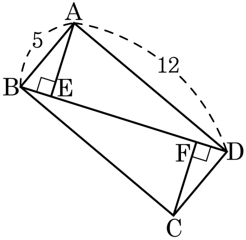
해설

$\overline{\mathrm{AF}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{FB}} = \overline{\mathrm{FD}} = 8 - x$ ($\because \triangle\mathrm{ABF} \equiv \triangle\mathrm{EDF}$)

따라서 $\triangle\mathrm{ABF}$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = 3$

넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

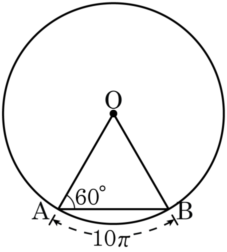
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle\mathrm{OAB} = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{\mathrm{AB}} = 10\pi$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle\mathrm{OAB}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{AOB} = 60°$ 이고,

$$2\pi \times \overline{\mathrm{OA}} \times \frac{60°}{360°} = 10\pi,\ \overline{\mathrm{OA}} = 30$$

점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

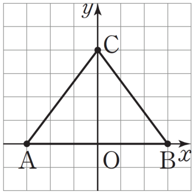
$\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{AH}} = 2 : 1$

$\overline{\mathrm{AH}} = 15$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AH}} = 30$

18.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. $A(-3,\ 0)$, $B(3,\ 0)$, $C(0,\ 4)$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

$\triangle AOC$에서

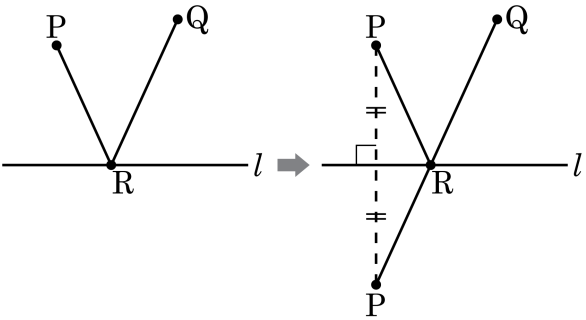
$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\overline{BC}=5$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=5+6+5=16$

19. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\square$에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 $\square$가 직선 l과 만나는 점을 $\square$로 잡는다.



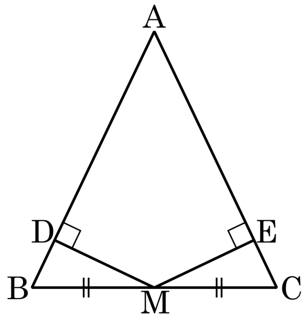
① l, PQ, Q　② l, PQ, R　③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q　⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 않은 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM}=\overline{CM}$　　② $\angle B=\angle C$

③ $\overline{BD}=\overline{CE}$　　④ $\angle BMD=\angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

ⅰ) $\overline{MB}=\overline{MC}$

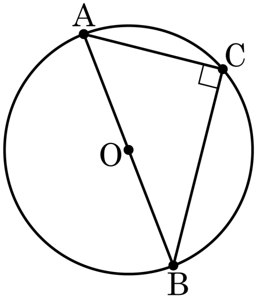
ⅱ) $\angle B=\angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

ⅲ) $\angle MDB=\angle MEC=90°$

ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle MDB\equiv\triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD}=\overline{ME}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라 하고, 호 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$의 길이가 7π라 할 때 $\overline{AO}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

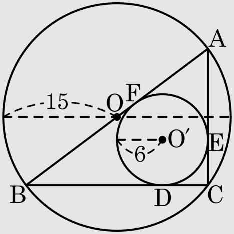
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π이다.
원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
$\overline{AO} = 7$이다.

22. 직각삼각형 ABC 의 외접원의 반지름이 15, 내접원의 반지름이 6 일 때, 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설



위의 그림과 같을 때,

$\overline{AE} = \overline{AF} = a$ 라 하면 $\overline{AC} = a + 6$

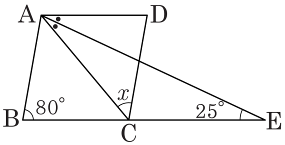
$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 30$ 이므로

$\overline{BD} = \overline{BF} = 30 - a$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = (30 - a) + 6 = 36 - a$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle ABC &= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times \{30 + (36 - a) + (a + 6)\} \times 6 \\ &= 216\end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50 °

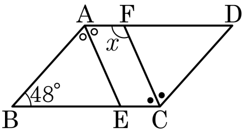
해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle DAE = \angle AEC = 25°$(엇각)

즉, $\angle DAC = 2\angle DAE = 2 \times 25° = 50°$ 이고
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle DAC = \angle ACB = 50°$(엇각)

평행사변형이므로
$\angle B + \angle C = 180°$
따라서 $80° + 50° + \angle x = 180°$
$\therefore \ \angle x = 50°$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}, \overline{CF}$가 각각 $\angle A, \angle C$의 이등분선일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______°

▷ 정답 : 114°

해설

$\angle BAD + 48° = 180°$이므로 $\angle BAD = 132°$

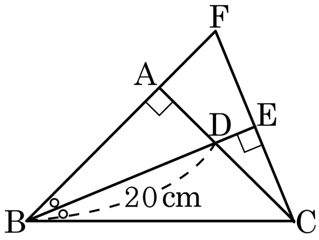
$\therefore \angle EAF = \angle BAE = \dfrac{1}{2} \times 132° = 66°$

이때, □AECF는 평행사변형이므로

$66° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 114°$

25. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAC = \angle CEB = 90°$, $\overline{BE}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{BD} = 20\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACF$ 에서

$\angle BAD = \angle CAF = 90, \overline{AB} = \overline{AC}$

$\angle ABD = 22.5$, $\angle ADB = 67.5$

$\angle ADB = \angle CDE = 67.5$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로 $\angle ACF = 22.5$

즉, $\angle ABD = \angle ACF$

$\triangle ABD \equiv \triangle ACF$(ASA합동)

$\therefore \overline{BD} = \overline{CF} = 20\text{ cm}$

$\angle BCF = 45° + 22.5° = 67.5° = \angle BFC$

즉, $\triangle BCF$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이고 $\angle B$ 의 이등분선과 밑변 $\overline{CF}$ 의 교점이 E 이므로 $\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.

$\therefore \overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{CF} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{ cm})$