1. ${}_nP_2 = 90$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$n(n-1) = 90 = 10 \times 9$ 이므로 $n = 10$

2. 4명의 학생이 일렬로 놓인 4개의 의자에 앉는 방법의 수는?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

${}_4P_4 = 4! = 24$

3. 알파벳 a, b, c, d, e, f 가 각각 적힌 여섯 장의 카드가 있다. 이 중 두 장을 뽑아 만들 수 있는 단어의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$

4. $\dfrac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \dfrac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{\dfrac{n!}{(n-3)!}}{\dfrac{(n+2)!}{(n+2-3)!}}$$

$$= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}$$

$\dfrac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \dfrac{5}{12}$ 을 풀면

$7n^2 - 51n + 14 = 0$

$(7n-2)(n-7) = 0$

$\therefore n = \dfrac{2}{7}$ 또는 $n = 7$

${}_nP_3$ 에서 n은 3이상의 자연수이므로

$\therefore n = 7$

5. ${}_5P_0 = a$, ${}_5P_5 = b$라 할 때, $b - a$의 값은?

① 104 ② 111 ③ 115 ④ 119 ⑤ 120

해설

$a = {}_5P_0 = 1$

$b = {}_5P_5 = 5! = 120$

$\therefore\ b - a = 119$

6. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 90 가지

해설

${}_{10}P_2 = 90$

7. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_{n}P_4$ ③ ${}_{n}C_4$ ④ ${}_{n}P_5$ ⑤ ${}_{n}C_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_{n}P_5$

8. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$

$120 = 6 \times 5 \times 4$ 이므로 $n = 6$

9. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$ ② $7! \times 2!$ ③ $6! \times 2!$
④ $6!$ ⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,
묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

10. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지
④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

11. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
$4! \times 3! = 144$

12. 'busan' 의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: ________ 개

▷ 정답: 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.

$3! \times 2! = 12$

13. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

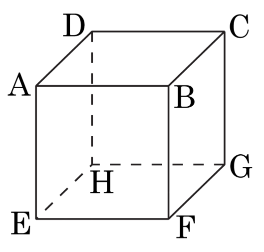
다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.
따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는
${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

14. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지 ② 98가지 ③ 132가지
④ 162가지 ⑤ 216가지

해설
첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는모두 3가지이다.
$\therefore\ 2\times3\times3\times3\times3=162$가지

15. 다음 그림의 정육면체에서 모서리를 따라 꼭짓점 A 에서 G 까지의 최단경로의 수를 구하시오.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 6 개

해설

A 에서 가는 방법은 B, D, E 의 3 가지 이고 B, D, E 에서 G 로 가는 방법은 각각 2 가지
(예를 들어 $B \to C \to G$ 또는
$B \to F \to G$, 2 가지)
$\therefore$ 따라서 최단경로는 $3 \times 2 = 6$ (가지)

해설

$A \to B$ 와 같이 가는 경우를 a ,
$A \to D$ 와 같이 가는 경우를 b ,
$A \to E$ 와 같이 가는 경우를 c 라 하면,
$A \to G$ 로 가는 최단경로의 수는 a, b, c 의 배열과 같다.
$\therefore 3! = 6$ (가지)

16. n 권의 책이있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$ 가지이므로
${}_nP_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore \ (n+6)(n-7) = 0$
한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

17. 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400 ② 3456 ③ 3500 ④ 3546 ⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$\Rightarrow 4! = 24$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해 준다.

$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$

18. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 720 가지

해설
여자 3 명을 한 묶음으로 본다.
$5! \times 3! = 720$

19. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지　② 120 가지　③ 180 가지
④ 240 가지　⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

20. 6 개의 문자 a, b, c, d, e, f를 일렬로 배열할 때, 모음 a, e가 이웃하지 않는 경우는 몇 가지가 되는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 480 가지

해설

a, e를 제외한 나머지 b, c, d, f 네 문자를 일렬로 먼저 배열하는 방법의 수는 $4!$ 가지가 있다.
이 때, 그 네 문자 사이의 양 끝의 5 개의 자리에 a, e를 늘어놓으면, a, e는 이웃할 수 없다.
즉, $\square\, b\, \square\, c\, \square\, d\, \square\, f\, \square$의 다섯 개의 $\square$중에 두 개를 골라 a, e를 배열한다.
따라서, 구하는 가짓수는 $4! \times {}_5P_2 = 24 \times 20 = 480$ (가지)

21. $A,\ C,\ E,\ F,\ L,\ O,\ S,\ V$ 의 8 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 문자열 속에 $ASLOVECF$ 와 같이 $LOVE$ 라는 단어가 들어 있는 경우의 수는?

① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

해설

$LOVE$ 를 한 문자 X 로 생각하면 되므로, 구하는 경우의 수는 $X,\ A,\ C,\ F,\ S$ 의 5 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.

$\therefore 5! = 120$ (가지)

22. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36　② 42　③ 48　④ 54　⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2
나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!
$4! \times 2 = 48$

23. continue의 8개의 문자를 양 끝에 c와 e가 오도록 일렬로 나열하는 방법의 수는?

① 180 ② 360 ③ 540 ④ 720 ⑤ 1080

해설

24. 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답： 개

▷ 정답： 48 개

해설

일의 자리의 수 a 와 백의 자리의 수 b 는 3 또는 6 이 되어야 하므로
a, b 를 정하는 방법의 수는 $2! = 2$ (가지)
이 때, 나머지 자리의 수는 1, 2, 4, 5 중 어느 하나가 정해지면 되므로
나머지 네 자리의 수를 정하는 방법의 수는 $4! = 24$ (가지)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
$2 \times 24 = 48$ (개)

25. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자를 한번씩 사용하여 네 자리의 정수를 만들 때, 양 끝이 홀수인 자연수의 개수를 구하면?

▶ 답: ____ 개

▷ 정답: 72 개

해설

양 끝이 홀수이므로 1, 3, 5 중 2 개를 배열하는 경우의 수는
$_3P_2 = 6$
두 홀수를 제외한 나머지 4 개의 숫자를 배열하는 경우의 수는
$_4P_2 = 12$
따라서 $6 \times 12 = 72$

26. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 만들 수 있는 세 자리의 정수는 몇 개인가?

① 60 ② 80 ③ 100 ④ 125 ⑤ 180

해설

백의 자리 : 0 을 제외한 5 개 숫자를 모두 사용가
십의 자리 : 백의 자리에 사용한 수를 제외한 5 개
일의 자리 : 백의 자리, 십의 자리에 사용한 수 2 개를 제외한 4 개
$\therefore 5 \times 5 \times 4 = 100$

27. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 4개를 택하여 네 자리 수를 만들 때, 홀수의 개수는?

① 32 ② 48 ③ 72 ④ 144 ⑤ 288

해설

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지, 천의 자리에 올 수 있는 수는 0과 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천, 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 천, 백, 일의 자리에 온 수를 제외한 3가지이다.

$\therefore\ 3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$(가지)

28. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 4 개의 숫자를 택하여 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 몇 개인가?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 120

해설

1000 자리의 숫자는 홀수 $1, 3$ 중 하나를 택하므로
그 방법은 ${}_2P_1$(가지)
또, 그 각각에 대하여 1 자리의 숫자는 1000 자리에 사용된 숫자를 제외한 나머지 숫자를 택하므로 그 방법은 ${}_1P_1$(가지)
또, 100 자리와 10 자리의 숫자는 나머지 3 개의 숫자에서 2 개를 택하여 나열하면 되므로 그 방법은 ${}_3P_2$(가지)
따라서, 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 곱의 법칙에 의하여
${}_2P_1 \times {}_3P_2 \times {}_1P_1 = 2 \times (3 \times 2) \times 1 = 12$ (개)

29. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 78 가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$

30. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이 면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?

$\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{7}$ $\boxed{3}$ $\boxed{6}$

① 120　② 180　③ 240　④ 300　⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는 $1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.
이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수 중에서
3개를 택하여 나열하는 방법의수는
${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

31. 소파 12개가 일렬로 놓여 있다. 이 소파에 갑, 을, 병, 정 4 명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 1860 ② 1920 ③ 2800 ④ 3024 ⑤ 3600

해설

12 개의 소파에 4 명이 앉으므로 빈 의자는 8 개이다.

V $\boxed{}$ V $\boxed{}$ V $\boxed{}$ V $\boxed{}$ V $\boxed{}$ V $\boxed{}$ V $\boxed{}$ V $\boxed{}$ V

따라서, 빈 소파 사이사이와 양 끝의 9 자리에 4 명을 앉히면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$ (가지)

32. something 의 9 개의 문자를 일렬로 나열할 때, e 와 i 사이에 3 개의 문자가 들어 있는 경우의 수는?

① 8400 ② 16800 ③ 33600

④ 50400 ⑤ 144000

해설

3 개의 문자를 선택하여 배열하는 경우의 수 : ${}_7P_3$

e와 i 를 배열하는 방법의 수 : 2

e 와 i 그리고 3 개의 문자를 하나로 보고 나머지 문자와 같이 배열하는 방법의 수 : 5!

${}_7P_3 \times 2 \times 5! = 50400$

33. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 세 명의 순서가 하나로 정해져 있다. 방법의 수는?

① $\frac{n!}{2}$　　② $\frac{n!}{6}$　　③ $n!$
④ $\frac{(n-1)!}{2}$　　⑤ $3(n-1)!$

해설

n명을 일렬로 세우는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$
그런데 여기에는 순서가 정해진 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 포함되어 있다.
즉, 세 명의 자리를 바꾸는 방법의 수만큼 배가 된 것이므로 세 명이 자리를 바꾸는 방법의 수로 나누면 된다.
따라서 구하는 방법의 수는 $\frac{n!}{3!} = \frac{n!}{6}$

34. 카드 4장이 있는데, 앞쪽과 뒤쪽에 각각 0과 1, 2와 3, 4와 5, 6과 7이라는 숫자가 하나씩 적혀 있다. 이들 카드 4장을 한 줄로 늘어놓아서 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수는?

① 250　② 270　③ 272　④ 336　⑤ 384

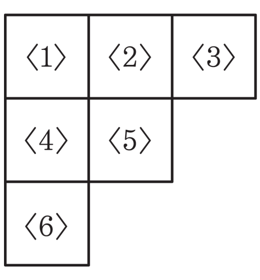
해설

구하는 네자리 정수를 빈 칸으로 하고 카드를 뽑아다 채운다면, 천의 자리는 4장의 카드 앞, 뒷면 8가지 가운데 0을 뺀 7가지이고, 만의 자리는 카드 세 장의 앞, 뒷면이 올 수 있으므로 6가지

□	□	□	□
↑	↑	↑	↑
7	6	4	2
가	가	가	가
지	지	지	지

이와 같은 방법으로 하면 총 경우의 수는
$7 \times 6 \times 4 \times 2 = 336$ (가지)

35. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6 칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다. 예를 들어, <1> 의 경우에는 <2> 와 <4> 가 이웃하는 우리이고, <3>, <5>, <6> 은 이웃하지 않는 우리이다. 이때, 6 마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는?



① 112 ② 120 ③ 184 ④ 216 ⑤ 432

해설

(호랑이, 사자) 가 이웃하지 않는 경우는 9 가지
즉, $(1,3),(1,5),(1,6),(2,4),(2,6),(3,4),(3,5),\ (3,6),(5,6)$ 이고
서로 바꾸는 경우의 수가 2가지 이므로 구하는 방법의 수는
$9\times2\times4!=432$