1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 합이 5 의 배수가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 7 가지

해설

주사위를 던질 때 5 의 배수가 나올 수 있는 경우는 $5, 10$ 이다.
각각의 경우를 구해 보면
(1) $5 : (1, 4),\ (2, 3),\ (3, 2),\ (4, 1)$
(2) $10 :\ (4,\ 6),\ (5,\ 5),\ (6,\ 4)$
$\therefore 4 + 3 = 7$

2. x, y 가 $-2 \le x \le 2$, $-3 \le y \le 3$ 인 정수일 때, (x, y) 를 좌표로 하는 점의 개수를 구하시오.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 35 가지

해설

x 가 될 수 있는 정수는 $2, -1, 0, 1, 2$ 즉 5 개이고 y 가 될 수 있는 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 즉, 7 개이다.
위의 x 와 y 로 만들 수 있는 순서쌍의 수는 $5 \times 7 = 35$ (가지) 이다.

3. 72 의 양의 약수의 개수는?

① 6　② 8　③ 9　④ 12　⑤ 16

해설

72를 소인수 분해하면 $72 = 2^3 \times 3^2$
2^3 의 약수는 2^0, 2^1, 2^2, 2^3,
3^2 의 약수는 3^0, 3^1, 3^2
그런데 72 의 양의 약수는 $2^x \times 3^y$ 의 꼴이 되므로
$0 \le x \le 3, 0 \le y \le 2$
따라서 x, y가 되는 정수의 개수는 각각 $4, 3$ 이므로
구하는 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여
$4 \times 3 = 12$(개)

4. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
$3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
$\therefore$ 5 가지

5. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는
$(1,4)$, $(2,3)$, $(3,2)$, $(4,1)$: 4 가지
(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는
$(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$: 5 가지
그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로
$4 + 5 = 9$ (가지)
$\therefore 9$

6. $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12 개

해설

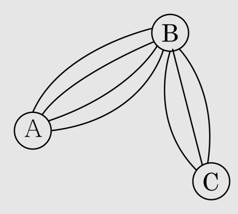
a, b 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
p, q, r 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지
x, y 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
전개했을 때 모든 항의 개수는
$2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

7. (갑) 과 (을) 이 어느 산을 등산하는데 A 에서 출발하여 산의 정상인 B 까지 올라갔다가 C 지점으로 내려가려고 한다. A 에서 B 까지 오르는 등산로는 4 개가 있고 B 에서 C 로 내려가는 길은 3 개가 있다고 한다. 이때, (갑) 과 (을) 이 A 에서 C 까지 가는데 서로 다른 길을 가는 방법의 수는?

① 24가지　② 36가지　③ 48가지
④ 72가지　⑤ 144가지

해설

(갑) 이 $A \to B \to C$ 로 가는 방법 :
$4 \times 3 = 12$ (가지)
그 각각에 대하여 (을) 이 $A \to B \to C$ 로 가는 방법 :
$(4-1) \times (3-1) = 6$ (가지)
$\therefore 12 \times 6 = 72$ (가지)



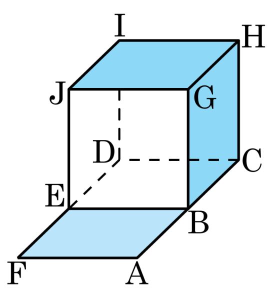
8. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
$216 = 2^3 \times 3^3$,
$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서 G.C.D.는 $2^3 \times 3^2$
따라서 공약수의 개수는 $(3 + 1)(2 + 1) = 12$

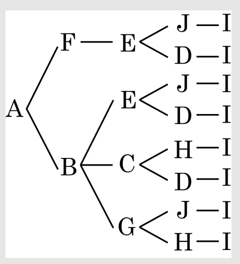
9. 다음그림은 정육면체의 투껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A 에서 I 까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

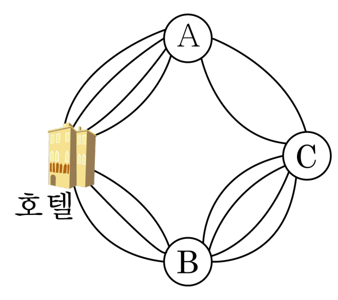
해설

A 에서 *I* 까지 최단 거리로 수형도를 그려보면



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

10. 영우는 호텔에서 출발하여 3개의 관광지 A, B, C 를 관광한 뒤 다시 호텔로 돌아오려고 한다. 호텔과 관광지간의 도로가 오른쪽 그림과 같을 때 호텔을 출발하여 모든 관광지를 한 번씩만 거치고, 호텔로 다시 돌아오는 방법의 수는?

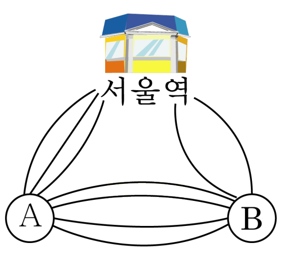


① 144 ② 152 ③ 176 ④ 184 ⑤ 192

해설

(호텔 $\to A \to C \to B \to$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $4 \times 2 \times 4 \times 3 = 96$
(호텔 $\to B \to C \to A \to$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $3 \times 4 \times 2 \times 4 = 96$
$\therefore 96 + 96 = 192$

11. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A와 B를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, A에서 출발한다.)



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A \to$ 서울역 $\to B \to A$

: $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

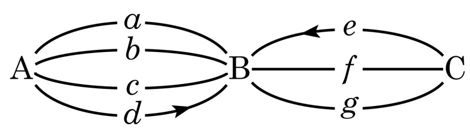
(ii) $A \to B \to$ 서울역 $\to A$

: $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로

$24 + 24 = 48$ (가지)

12. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방 통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?

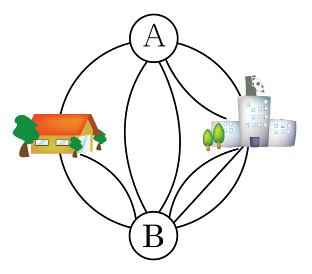


① 12 개　② 36 개　③ 64 개　④ 72 개　⑤ 144 개

해설

$A \to B,\ B \to C,\ C \to B,\ B \to A$ 의 길의 가지수는 각각 $4, 2, 3, 3$ 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

13. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22　　② 34　　③ 47　　④ 54　　⑤ 66

해설

(1) 집→ $A \to$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

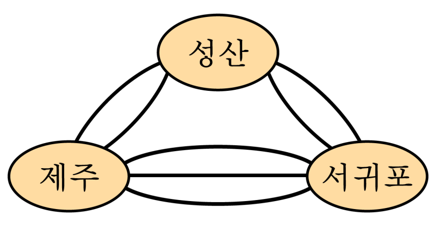
(2) 집→ $B \to$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집→ $A \to B \to$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집→ $B \to A \to$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore\ 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

14. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



① 6　　② 8　　③ 9　　④ 12　　⑤ 15

해설

$(2 \times 2) \times 3 = 12$

$\therefore$ 12 가지

15. 1, 2, 3 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27 개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.
(가) 1 바로 다음에는 3 이다.
(나) 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.
(다) 3 바로 다음에는 1 , 2 또는 3 이다.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 13 가지

해설
조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332 ,333 이므로 13 가지이다.

16. 1부터 800까지의 자연수 중에서 800과 서로소인 수의 개수를 구하면?

① 310개　② 320개　③ 330개
④ 340개　⑤ 350개

해설

$800 = 2^5 \times 5^2$ 으로 소인수분해가 된다.
800과 서로소가 되려면 2나 5를 인수로 가져서는 아니되므로 1부터 800까지의 수 중에서 2 또는 5의 배수의 개수를 계산하여 여사건을 이용하면 된다.
2의 배수의 집합을 A, 5의 배수의 집합을 B라 하면

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 400 + 160 - 80 = 480$$

따라서 800과 서로 소인수의 개수는
$800 - 480 = 320$(개) 이다.

17. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

해설
$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
약수의 개수 : $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$

18. 540 의 양의 약수의 총합을 구하여라.

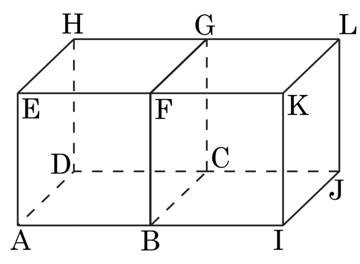
▶ 답 :

▷ 정답 : 1680

해설

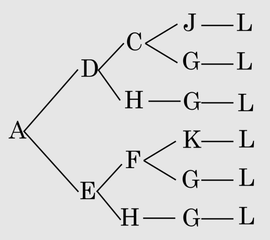
$(1+2+2^2)(1+3+3^2+3^3)(1+5)$
$=7\times40\times6=1680$

19. 두 개의 정육면체가 서로 붙어 있는 아래 그림에서 A 에서부터 L 까지 모서리를 따라 최단 거리로 가는 방법 중 B 를 통과하지 않는 방법의 수를 구하면?



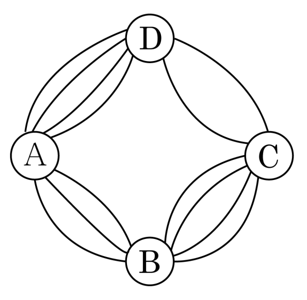
① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

해설



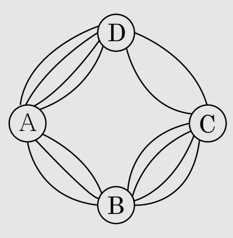
위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 6 가지이다.

20. 4개의 도시 A, B, C, D 사이에 그림과 같은 도로가 있다. 갑, 을 두 사람이 A 에서 출발하여 B 또는D 를 통과하여 C 로 가는 방법이 수는? (단, 한 사람이 통과한 곳은 다른 사람이 통과할 수 없다.)



① 114 ② 152 ③ 192 ④ 214 ⑤ 298

해설



$A \to B \to C$ 로 가는 방법 : $3 \times 4 = 12$

$A \to D \to C$ 로 가는 방법 : $4 \times 2 = 8$

(i) 갑이 $A \to B \to C$ 로 가고,

을은 $A \to B \to C$ 로 가는 경우

$12 \times 8 = 96$

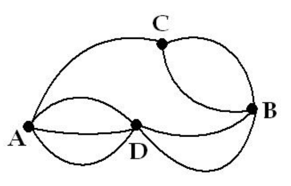
(ii) 을이 $A \to B \to C$ 로 가고,

갑은 $A \to B \to C$ 로 가는 경우

$8 \times 12 = 96$

따라서, 구하는 방법의 수는 $96 + 96 = 192$

21. 다음 그림은 A 지점에서 B 지점으로 가는 길을 나타낸 것이다. A 지점에서 B 지점으로 갔다가 다시A 지점으로 돌아오는 방법은 몇 가지인가?



① 60　② 61　③ 62　④ 63　⑤ 64

해설

(i) $A \to C \to B \to C \to A$ 의 경우

　: $1 \times 2 \times 2 \times 1 = 4$ (가지)

(ii) $A \to C \to B \to D \to A$ 의 경우

　: $1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$ (가지)

(iii) $A \to D \to B \to C \to A$ 의 경우

　: $3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$ (가지)

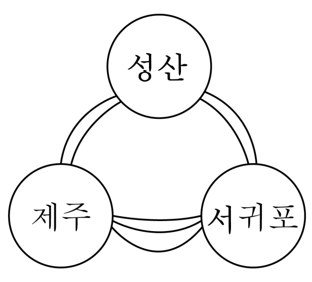
(iv) $A \to D \to B \to D \to A$ 의 경우

　: $3 \times 2 \times 2 \times 3 = 36$ (가지)

(i),(ii),(iii),(iv) 에서 모든 경우의 수는,

$4 + 12 + 12 + 36 = 64$ (가지)

22. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 성산을 반드시 1 번만 거치는 경우의 수는?



① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 32

해설

$(2 \times 2) \times 3 + 3 \times (2 \times 2) = 24$

$\therefore$ 24 가지

23. 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 3개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값은?

① 98　② 102　③ 110　④ 115　⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로
각 동전을 사용하는 경우의 수는 $3+1$가지이다.
그러나 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,
$\therefore$(지불 방법의 수)$=(3+1)(3+1)(3+1)-1=63$
지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로
100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꿔 생각한다.
즉, 50원짜리 동전 9개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수)$=(9+1)(3+1)-1=39$
$\therefore\ a+b=102$

24. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전만 사용할 수 있는 자동판매기에서 400 원짜리 음료수 3 개를 선택하려고 한다. 세 종류의 동전을 모두 사용하여 거스름돈 없이 자동판매기에 동전을 넣는 방법의 수는? (단, 동전을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

500 원을 기준으로 생각한다. 100 원을 A, 50 원을 B 라 하면,

(1) 500 원 1 개 :
$(A, B) = (6, 2)$, $(5, 4)$, $(4, 6)$,
$(3, 8)$, $(2, 10)$, $(1, 12)$

(2) 500 원 2 개 : $(A, B) = (1, 2)$

$\therefore$ 총 7 가지

25. 100원짜리, 50원짜리, 10원짜리 세 종류의 동전으로 200원을 지불할 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가? (모든 종류의 동전을 사용할 필요는 없다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

(100원짜리, 50원짜리, 10원짜리) 각각의 순서쌍을 구하면
$(2,0,0)$, $(1,2,0)$, $(1,1,5)$, $(1,0,10)$, $(0,4,0)$, $(0,3,5)$, $(0,2,10)$, $(0,1,15)$, $(0,0,20)$
$\therefore$ 9가지

26. 500 원짜리 동전이 2 개, 100 원짜리 동전이 3 개, 50 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수는?

① 59　② 72　③ 105　④ 132　⑤ 164

해설

각각 지불할 수 있는 방법의 수가 3, 4, 5가지 이므로
$3 \times 4 \times 5 = 60$
여기서 지불하지 않는 경우를 빼준다.
$\therefore\ 60 - 1 = 59$

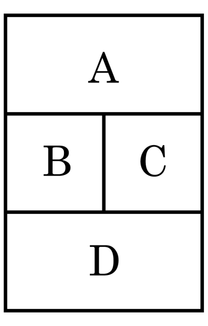
27. 10000 원짜리 지폐 2 장, 5000 원짜리 지폐 2 장, 1000 원짜리 지폐 3 장이 있다. 이 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는?

① 27 ② 35 ③ 42 ④ 60 ⑤ 81

해설

5000 원짜리 2 장으로 지불할 수 있는 방법이 10000 원짜리 지폐 1 장으로 지불할 수 있는 방법과 같으므로 10000 원짜리 지폐 2 장을 5000 짜리 지폐 4 장으로 바꾸면, 5000 짜리 지폐 6 장, 1000 원짜리 지폐 3 장으로 지불할 수 있는 방법과 같다.
$\therefore 7 \times 4 - 1 = 27$

28. 원재가 가입한 동아리는 이 동아리를 상징하는 깃발을 검정, 초록, 빨강의 세 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 네 영역으로 구분하여 칠하려고 한다. 서로 다르게 칠하는 방법의 수를 구하여라.



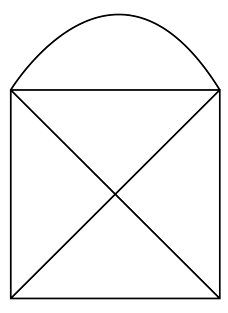
▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

A, B, C, D 의 순서대로 색을 칠한다고 할 때, A 의 영역을 칠하는 방법의 수는 검정, 초록, 빨강의 3 가지이다. 이런 각 경우에 대하여 B 의 영역을 칠하는 방법은 3 가지 색 중에서 A 의 영역을 칠한 색을 제외한 2 가지이고, C 의 영역을 칠하는 방법의 수는 A, B 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1 가지이다.
마지막으로 D 의 영역을 칠하는 방법의 수는 B, C 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지 방법이다. 따라서 구하는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (가지)

29. 다음 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

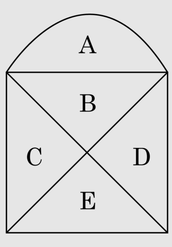


▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 A , B 영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3 가지, 2 가지이다.

i) C , D 영역에 같은 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×2 가지

ii) C , D 영역에 다른 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×1 가지

$\therefore 3\times2\times(2\times2+2\times1)=36$

30. $1, 2, 3, 4, 5$ 를 일렬로 나열하여 다섯 자리의 정수 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$ 를 만들 때, $a_i = i$ 가 되지 않는 정수의 개수를 구하여라. (단, $i = 1, 2, 3, 4, 5$)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 44 개

해설

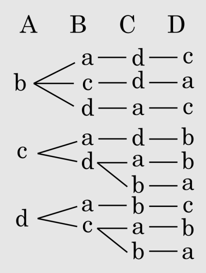
$a_1 = 1$ 이 아니므로 a_1 이 2, 3, 4, 5인 경우에 대하여 a_2, a_3, a_4, a_5 를 각각 구해보면
정수의 개수는 44 개이다.

31. A, B, C, D 네 사람이 각자 모자 a, b, c, d 를 하나씩 가져갔을 때, 모두 다른 사람의 모자를 가져갔을 경우의 수는?

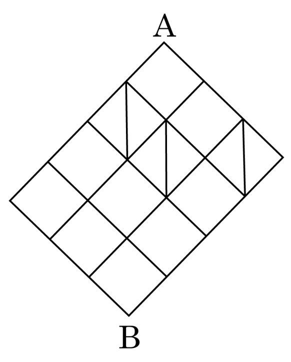
▶ 답 : ______가지

▷ 정답 : 9가지

해설

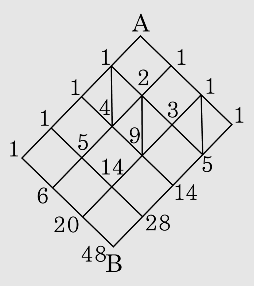


32. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나는 경로의 수는?



① 34 ② 36 ③ 41 ④ 48 ⑤ 52

해설



33. 100 원짜리 동전 3 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 3 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a+b$의 값은?

① 98　　② 102　　③ 110　　④ 115　　⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각 동전을 사용하는 경우의 수는 $(3+1)$가지이다.
그러나, 금액이 모두 0 원이면 지불방법이 되지 못하므로,
$\therefore$(지불 방법의 수) $= (3+1)(3+1)(3+1)-1 = 63$ 지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로
100 원짜리 동전 3 개를 50 원짜리 동전 6 개로 바꿔 생각한다.
즉, 50 원짜리 동전 9 개와 10 원짜리 동전 3 개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수)$= (9+1)(3+1)-1 = 39$
$\therefore a+b = 102$

34. 다음 그림과 같은 6 개의 정사각형으로 이루어진 직사각형이 있다. 이때, 적어도 두 개 이상의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라. (단, 직사각형은 고정되어 있다.)

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 57 가지

해설

전체 경우의 수는 $2^6 = 64$ (가지) 이다.
여사건을 생각하면 모두 칠하지 않거나 한 개의 정사각형만 칠하는 경우이므로 $1 + 6 = 7$
따라서 구하는 경우의 수는 $64 - 7 = 57$

35. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. $f(x)=(a-4)x+6,\quad g(x)=(3-b)x+2$ 라 할 때 합성함수 $y=(f\circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설

$y=f(g(x))=(a-4)\left\{(3-b)x+2\right\}+6$

$\quad=(a-4)(3-b)x+(2a-2)$

함수의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위해서는 $2a-2\neq 0$ 이고 $(a-4)(3-b)=0$ 이다.

$\therefore$ (a,b) 는 $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$, $(4,4)$, $(4,5)$, $(4,6)$, $(2,3)$, $(3,3)$, $(5,3)$, $(6,3)$ 의 10 가지