

1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 합이 5의 배수가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 7 가지

해설

주사위를 던질 때 5의 배수가 나올 수 있는 경우는 5, 10이다.
각각의 경우를 구해 보면

(1) 5 : (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

(2) 10 : (4, 6), (5, 5), (6, 4)

$$\therefore 4 + 3 = 7$$

2. x, y 가 $-2 \leq x \leq 2$, $-3 \leq y \leq 3$ 인 정수일 때, (x, y) 를 좌표로 하는 점의 개수를 구하시오.



답:

가지



정답: 35 가지

해설

x 가 될 수 있는 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2$ 즉 5 개이고 y 가 될 수 있는 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 즉, 7 개이다.

위의 x 와 y 로 만들 수 있는 순서쌍의 수는 $5 \times 7 = 35$ (가지) 이다.

3. 72의 양의 약수의 개수는?

① 6

② 8

③ 9

④ 12

⑤ 16

해설

72를 소인수 분해하면 $72 = 2^3 \times 3^2$

2^3 의 약수는 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$,

3^2 의 약수는 $3^0, 3^1, 3^2$

그런데 72의 양의 약수는 $2^x \times 3^y$ 의 꼴이 되므로

$0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2$

따라서 x, y 가 되는 정수의 개수는 각각 4, 3이므로

구하는 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여

$4 \times 3 = 12(\text{개})$

4. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)

소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)

짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)

따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$3 + 3 - 1 = 5 \text{ 이다.}$$

∴ 5 가지

5. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

6. $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

a, b 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지

p, q, r 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지

x, y 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지

전개했을 때 모든 항의 개수는

$$2 \times 3 \times 2 = 12 \text{ (개)}$$

7. (갑)과 (을)이 어느 산을 등산하는데 A 에서 출발하여 산의 정상인 B 까지 올라갔다가 C 지점으로 내려가려고 한다. A 에서 B 까지 오르는 등산로는 4개가 있고 B 에서 C 로 내려가는 길은 3개가 있다고 한다. 이때, (갑)과 (을)이 A 에서 C 까지 가는데 서로 다른 길을 가는 방법의 수는?

① 24가지

② 36가지

③ 48가지

④ 72가지

⑤ 144가지

해설

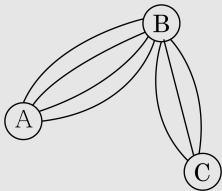
(갑)이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법 :

$$4 \times 3 = 12 \text{ (가지)}$$

그 각각에 대하여 (을)이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법 :

$$(4 - 1) \times (3 - 1) = 6 \text{ (가지)}$$

$$\therefore 12 \times 6 = 72 \text{ (가지)}$$



8. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개

② 9 개

③ 12 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

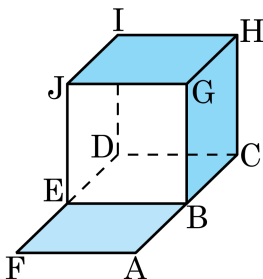
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D. 는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

9. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A에서 I까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



① 8

② 9

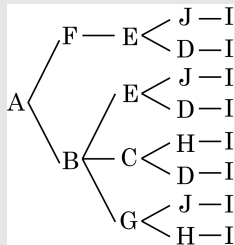
③ 10

④ 11

⑤ 12

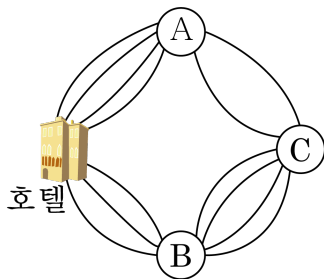
해설

A에서 I까지 최단 거리로 수형도를 그려보면



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

10. 영우는 호텔에서 출발하여 3개의 관광지 A, B, C를 관광한 뒤 다시 호텔로 돌아오려고 한다. 호텔과 관광지간의 도로가 오른쪽 그림과 같을 때 호텔을 출발하여 모든 관광지를 한 번씩만 거치고, 호텔로 다시 돌아오는 방법의 수는?



① 144

② 152

③ 176

④ 184

⑤ 192

해설

(호텔 $\rightarrow$ A $\rightarrow$ C $\rightarrow$ B $\rightarrow$ 호텔)로

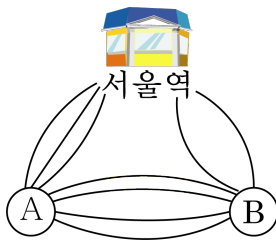
가는 길의 가지수: $4 \times 2 \times 4 \times 3 = 96$

(호텔 $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C $\rightarrow$ A $\rightarrow$ 호텔)로

가는 길의 가지수: $3 \times 4 \times 2 \times 4 = 96$

$\therefore 96 + 96 = 192$

11. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A 와 B 를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, A 에서 출발한다.)



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A \rightarrow \text{서울역} \rightarrow B \rightarrow A$

: $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

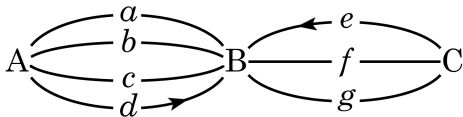
(ii) $A \rightarrow B \rightarrow \text{서울역} \rightarrow A$

: $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로

$24 + 24 = 48$ (가지)

12. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?

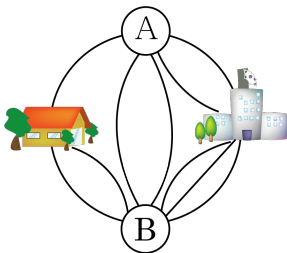


- ① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개
 ④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ 의 길의 가지수는 각각 4, 2, 3, 3
 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

13. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



- ① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

(1) 집 $\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

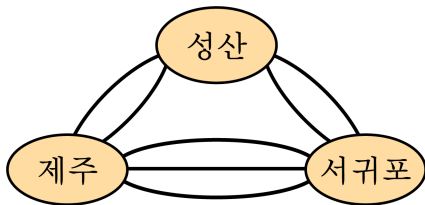
(2) 집 $\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집 $\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집 $\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

14. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



① 6

② 8

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$(2 \times 2) \times 3 = 12$$

∴ 12 가지

15. 1, 2, 3 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

(가) 1 바로 다음에는 3 이다.

(나) 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.

(다) 3 바로 다음에는 1, 2 또는 3 이다.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 13가지

해설

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332, 333 이므로 13 가지이다.

16. 1부터 800까지의 자연수 중에서 800과 서로소인 수의 개수를 구하면?

① 310 개

② 320 개

③ 330 개

④ 340 개

⑤ 350 개

해설

800 = $2^5 \times 5^2$ 으로 소인수분해가 된다.

800과 서로소가 되려면 2나 5를 인수로 가져서는 아니되므로 1부터 800까지의 수 중에서 2 또는 5의 배수의 개수를 계산하여 여사건을 이용하면 된다.

2의 배수의 집합을 A , 5의 배수의 집합을 B 라 하면

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\&= 400 + 160 - 80 = 480\end{aligned}$$

따라서 800과 서로 소인수의 개수는

$800 - 480 = 320$ (개)이다.

17. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수 : $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$

18. 540의 양의 약수의 총합을 구하여라.

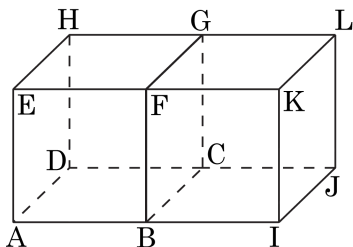
▶ 답 :

▷ 정답 : 1680

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 2 + 2^2)(1 + 3 + 3^2 + 3^3)(1 + 5) \\ &= 7 \times 40 \times 6 = 1680 \end{aligned}$$

19. 두 개의 정육면체가 서로 붙어 있는 아래 그림에서 A 에서부터 L 까지 모서리를 따라 최단 거리로 가는 방법 중 B 를 통과하지 않는 방법의 수를 구하면?



① 4

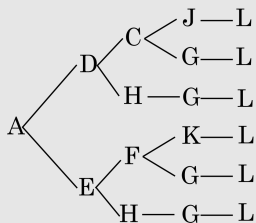
② 6

③ 8

④ 12

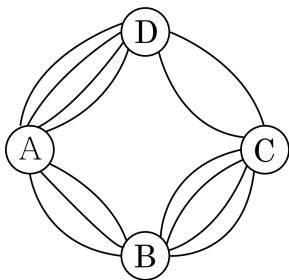
⑤ 16

해설



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 6 가지이다.

20. 4개의 도시 A, B, C, D 사이에 그림과 같은 도로가 있다. 갑, 을 두 사람이 A 에서 출발하여 B 또는 D 를 통과하여 C 로 가는 방법이 수는? (단, 한 사람이 통과한 곳은 다른 사람이 통과할 수 없다.)



① 114

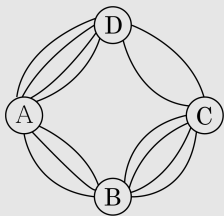
② 152

③ 192

④ 214

⑤ 298

해설



$A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법 : $3 \times 4 = 12$

$A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법 : $4 \times 2 = 8$

(i) 갑이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가고,

을은 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우

$$12 \times 8 = 96$$

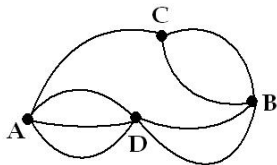
(ii) 을이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가고,

갑은 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우

$$8 \times 12 = 96$$

따라서, 구하는 방법의 수는 $96 + 96 = 192$

21. 다음 그림은 A 지점에서 B 지점으로 가는 길을 나타낸 것이다. A 지점에서 B 지점으로 갔다가 다시 A 지점으로 돌아오는 방법은 몇 가지인가?



① 60

② 61

③ 62

④ 63

⑤ 64

해설

(i) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 의 경우
 $: 1 \times 2 \times 2 \times 1 = 4$ (가지)

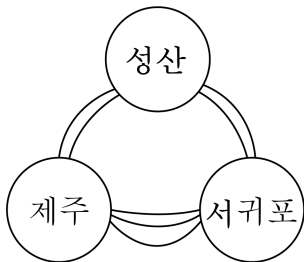
(ii) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ 의 경우
 $: 1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$ (가지)

(iii) $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 의 경우
 $: 3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$ (가지)

(iv) $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ 의 경우
 $: 3 \times 2 \times 2 \times 3 = 36$ (가지)

(i), (ii), (iii), (iv) 에서 모든 경우의 수는,
 $4 + 12 + 12 + 36 = 64$ (가지)

22. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 성산을 반드시 1 번만 거치는 경우의 수는?



① 12

② 18

③ 24

④ 30

⑤ 32

해설

$$(2 \times 2) \times 3 + 3 \times (2 \times 2) = 24$$

∴ 24 가지

23. 100 원짜리 동전 3 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 3 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 98

② 102

③ 110

④ 115

⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로
각 동전을 사용하는 경우의 수는 $3 + 1$ 가지이다.

그러나 금액이 모두 0 원이면 지불 방법이 되지 못하므로,

$$\therefore (\text{지불 방법의 수}) = (3 + 1)(3 + 1)(3 + 1) - 1 = 63$$

지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로

100 원짜리 동전 3 개를 50 원짜리 동전 6 개로 바꿔 생각한다.

즉, 50 원짜리 동전 9 개와 10 원짜리 동전 3 개로 지불할 수 있는
경우의 수를 계산하면 된다.

$$\therefore (\text{지불 금액의 수}) = (9 + 1)(3 + 1) - 1 = 39$$

$$\therefore a + b = 102$$

24. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전만 사용할 수 있는 자동판매기에서 400 원짜리 음료수 3 개를 선택하려고 한다. 세 종류의 동전을 모두 사용하여 거스름돈 없이 자동판매기에 동전을 넣는 방법의 수는? (단, 동전을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

500 원을 기준으로 생각한다. 100 원을 A , 50 원을 B 라 하면,

(1) 500 원 1 개 :

$(A, B) = (6, 2), (5, 4), (4, 6),$

$(3, 8), (2, 10), (1, 12)$

(2) 500 원 2 개 : $(A, B) = (1, 2)$

$\therefore$ 총 7가지

25. 100 원짜리, 50 원짜리, 10 원짜리 세 종류의 동전으로 200 원을 지불할 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가? (모든 종류의 동전을 사용할 필요는 없다.)

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

(100 원짜리, 50 원짜리, 10 원짜리) 각각의 순서쌍을 구하면
(2, 0, 0), (1, 2, 0), (1, 1, 5), (1, 0, 10), (0, 4, 0), (0, 3, 5), (0, 2, 10),
(0, 1, 15), (0, 0, 20)
∴ 9가지

26. 500 원짜리 동전이 2 개, 100 원짜리 동전이 3 개, 50 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수는?

- ① 59 ② 72 ③ 105 ④ 132 ⑤ 164

해설

각각 지불할 수 있는 방법의 수가 3, 4, 5가지 이므로

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

여기서 지불하지 않는 경우를 빼준다.

$$\therefore 60 - 1 = 59$$

27. 10000 원짜리 지폐 2 장, 5000 원짜리 지폐 2 장, 1000 원짜리 지폐 3 장이 있다. 이 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는?

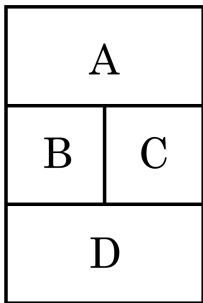
- ① 27 ② 35 ③ 42 ④ 60 ⑤ 81

해설

5000 원짜리 2 장으로 지불할 수 있는 방법이 10000 원짜리 지폐 1 장으로 지불할 수 있는 방법과 같으므로 10000 원짜리 지폐 2 장을 5000 짜리 지폐 4 장으로 바꾸면, 5000 짜리 지폐 6 장, 1000 원짜리 지폐 3 장으로 지불할 수 있는 방법과 같다.

$$\therefore 7 \times 4 - 1 = 27$$

28. 원재가 가입한 동아리는 이 동아리를 상징하는 깃발을 검정, 초록, 빨강의 세 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 네 영역으로 구분하여 칠하려고 한다. 서로 다르게 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

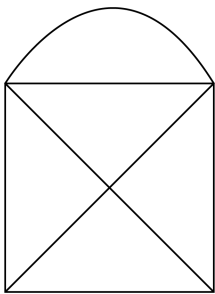
▷ 정답 : 6가지

해설

A, B, C, D 의 순서대로 색을 칠한다고 할 때, A 의 영역을 칠하는 방법의 수는 검정, 초록, 빨강의 3가지이다. 이런 각 경우에 대하여 B 의 영역을 칠하는 방법은 3가지 색 중에서 A 의 영역을 칠한 색을 제외한 2가지이고, C 의 영역을 칠하는 방법의 수는 A, B 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지이다.

마지막으로 D 의 영역을 칠하는 방법의 수는 B, C 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지 방법이다. 따라서 구하는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (가지)

29. 다음 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

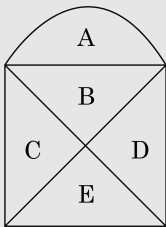


▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 A , B 영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3 가지, 2 가지이다.

i) C , D 영역에 같은 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×2 가지

ii) C , D 영역에 다른 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×1 가지

$$\therefore 3 \times 2 \times (2 \times 2 + 2 \times 1) = 36$$

30. 1, 2, 3, 4, 5 를 일렬로 나열하여 다섯 자리의 정수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 만들 때, $a_i = i$ 가 되지 않는 정수의 개수를 구하여라. (단, $i = 1, 2, 3, 4, 5$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 44 개

해설

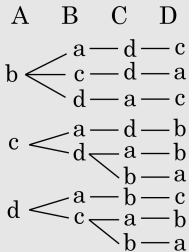
$a_1 = 1$ 이 아니므로 a_1 이 2, 3, 4, 5인 경우에 대하여 a_2, a_3, a_4, a_5 를 각각 구해보면
정수의 개수는 44개이다.

31. A, B, C, D 네 사람이 각자 모자 a, b, c, d 를 하나씩 가져갔을 때, 모두 다른 사람의 모자를 가져갔을 경우의 수는?

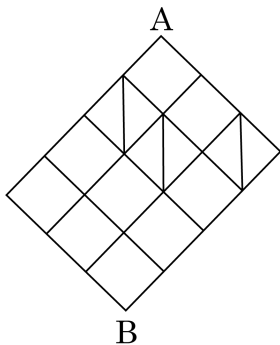
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 9가지

해설



32. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나가는 경로의 수는?



① 34

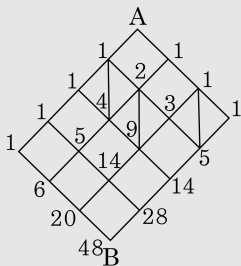
② 36

③ 41

④ 48

⑤ 52

해설



33. 100 원짜리 동전 3 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 3 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 98

② 102

③ 110

④ 115

⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각 동전을 사용하는 경우의 수는 $(3 + 1)$ 가지이다.

그러나, 금액이 모두 0 원이면 지불방법이 되지 못하므로,

$\therefore (\text{지불 방법의 수}) = (3 + 1)(3 + 1)(3 + 1) - 1 = 63$ 지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로

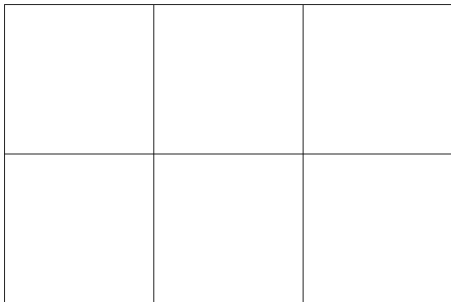
100 원짜리 동전 3 개를 50 원짜리 동전 6 개로 바꿔 생각한다.

즉, 50 원짜리 동전 9 개와 10 원짜리 동전 3 개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.

$\therefore (\text{지불 금액의 수}) = (9 + 1)(3 + 1) - 1 = 39$

$\therefore a + b = 102$

34. 다음 그림과 같은 6 개의 정사각형으로 이루어진 직사각형이 있다. 이때, 적어도 두 개 이상의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라. (단, 직사각형은 고정되어 있다.)



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 57가지

해설

전체 경우의 수는 $2^6 = 64$ (가지) 이다.

여사건을 생각하면 모두 칠하지 않거나 한 개의 정사각형만 칠하는 경우이므로 $1 + 6 = 7$

따라서 구하는 경우의 수는 $64 - 7 = 57$

35. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. $f(x) = (a-4)x+6$, $g(x) = (3-b)x+2$ 라 할 때 합성함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$y = f(g(x)) = (a-4) \{ (3-b)x + 2 \} + 6$$

$$= (a-4)(3-b)x + (2a-2)$$

함수의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위해서는 $2a-2 \neq 0$ 이고 $(a-4)(3-b) = 0$ 이다.

$\therefore (a, b)$ 는 $(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (2, 3), (3, 3), (5, 3), (6, 3)$ 의 10 가지