1. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, -\sqrt{2}, 2i, -2i,$
 $3i, -3i, 1-i, 1+i$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.
 $\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4개,
 $2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로
(실수) $^2 \geq 0, (1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

2. $\frac{a}{1-i} + \frac{b}{1+i} = 5$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\frac{a(1+i)}{2} + \frac{b(1-i)}{2} = 5$$

$$a(1+i) + b(1-i) = 10,$$

$$(a+b) + (a-b)i = 10$$

$$a+b = 10, a-b = 0$$

$$2a = 10, a = 5, b = 5, ab = 25$$

3. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답: $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

4. $z = \frac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{2}{1-i} = 1+i \\ \therefore 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} z &= 1+i, z-1 = i \\ \text{양변을 제곱하고 정리하면} \\ z^2 - 2z &= -2 \\ 2z^2 - 4z - 1 &= 2(z^2 - 2z) - 1 \\ &= -4 - 1 = -5 \end{aligned}$$

5. $x = 2009$, $y = 7440$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

주어진 식을 정리하면

$$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$$

$$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{xy + y^2i - x^2i + xy} = 0$$

따라서 구하는 값은 0

6. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켈레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.
 ㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.
 ㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면

$$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 \quad (x, y \text{는 실수})$$

$$x^2 + y^2 = 0 \text{ 이려면 } x = 0, y = 0$$

즉, $\alpha = 0$

7. $z = 1 - i$ 일 때, $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값은?

- ① $-i$ ② i ③ $-2i$ ④ $2i$ ⑤ 1

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1-i} - \frac{-i}{1+i} = \frac{2i}{2} = i$$

8. $(2-i)\bar{z} + 4iz = -1 + 4i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} z &= a + bi \text{라 놓으면 } \bar{z} = a - bi \\ (2-i)(a-bi) + 4i(a+bi) &= -1 + 4i \\ (2a-5b) + (3a-2b)i &= -1 + 4i \\ \therefore 2a-5b &= -1 \cdots \text{㉠} \\ 3a-2b &= 4 \cdots \text{㉡} \\ \text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a &= 2, b = 1 \\ \therefore z &= 2 + i, \bar{z} = 2 - i \\ \therefore z\bar{z} &= (2+i)(2-i) = 2^2 - i^2 = 5 \end{aligned}$$

9. 복소수 z 와 그의 켈레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1-2i)z - \bar{z} = 3-5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1+i$

② $2+i$

③ $2+2i$

④ $1-i$

⑤ $2-i$

해설

$z = a + bi$ 라 하면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$$(1-2i)(a+bi) - i(a-bi) = a+bi - 2ai + 2b - ai - b$$

$$= (a+b) + (-3a+b)i = 3-5i$$

따라서 $a+b=3$, $-3a+b=-5$ 이므로 연립하여 풀면

$$a=2, b=1$$

따라서 $z = 2+i$ 이다.

10. 제곱해서 $5 - 12i$ 가 되는 복소수는?

① $\pm(2 + 3i)$

② $\pm(2 - 3i)$

③ $\pm(3 - 2i)$

④ $\pm(3 + 3i)$

⑤ $\pm(3 + 3i)$

해설

구하려는 복소수를 $a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ 에서

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에 a^2 을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서 $a^2 = 9$ 또는 $a^2 = -4$ 이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데 a 는 실수이므로 $a = \pm 3$ 이고, $b = \mp 2$ 이다.

따라서 구하는 복소수는 $\pm(3 - 2i)$ 이다.

11. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 의 양변에 2 를 곱하면 } 2x = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{그러므로 } 2x - 1 = -\sqrt{3}i$$

$$\text{이 식의 양변을 제곱하면 } 4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$\text{즉, } 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{따라서, } x^2 - x + 1 = 0$$

12. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

- ① $2x-1$ ② $-2x+1$ ③ **3**
④ -3 ⑤ $x+1$

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 을 만족하려면,

$a < 0, b \geq 0$ 이다.

따라서 $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$\therefore -1 < x < 2$

$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$

13. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{-6}$
- ㉡ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$
- ㉢ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$
- ㉣ $\frac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$
- ㉤ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$
- ㉥ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$

① ㉠,㉡

② ㉣,㉤

③ ㉠,㉣,㉤

④ ㉣,㉥

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤,㉥

해설

- ㉠ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$
- ㉡ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$
- ㉢ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$
- ㉣ $\frac{4}{\sqrt{-4}} = \frac{4}{2i} = -2i$
- ㉤ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$
- ㉥ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2 의 제곱근은 $\sqrt{2}i$ 와 $-\sqrt{2}i$ 이다.

② $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$

16. $\sqrt{-x^2(x^2-1)^2}$ 이 실수가 되는 서로 다른 실수 x 들의 총합은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2(x^2-1)^2} &= \sqrt{x^2(x^2-1)^2}i \\ &= \sqrt{x^2} \sqrt{(x^2-1)^2}i \\ &= |x| \cdot |x^2-1| i \\ &= |x| \cdot |x+1| |x-1| i\end{aligned}$$

그러므로 $x = 0, 1, -1$ 일 때 총합은 0이 된다.

17. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은?

(단, $z \neq \pm i$ 이고 $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

① $z \cdot \bar{z} = 1$

② $z + \bar{z} = 0$

③ $z + \bar{z} = 1$

④ $z + \bar{z} = -1$

⑤ $(z+1)(\bar{z}+1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z}) - z\bar{z}(z-\bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z})(1-z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모) $\neq 0$ 이므로

$$\text{(분자)} = (z-\bar{z})(1-z\bar{z}) = 0$$

z 가 실수가 아니므로 $z \neq \bar{z}$

$$\therefore z\bar{z} = 1$$

18. x 가 실수일 때, 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, x 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$(\text{준식}) = (x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$$

i 가 순허수이어야 제곱하면 음이 된다.

$$\therefore x^2 + 4x + 3 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = -3 \cdots \text{㉠}$$

$$x \neq 1 \text{ 그리고 } x \neq -3 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $x = -1$ 이다.

19. $|x-y|+(y-2)i=5x-2-3xi$ 를 만족하는 실수를 x, y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $i^2 = -1$)

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

(i) $x \geq y$ 일 때,
 $(x-y) + (y-2)i = 5x-2-3xi$
 $x-y = 5x-2, y-2 = -3x$
 $\therefore x=0, y=2(x < y \text{이므로 부적합})$

(ii) $x < y$ 일 때,
 $-(x-y) + (y-2)i = 5x-2-3xi$
 $-x+y = 5x-2, y-2 = -3x$
 $\therefore x = \frac{4}{9}, y = \frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{x}{y} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$

20. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

- ① 8 ② 7 ③ 5 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = \frac{x(1-i) + y(1+i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2}$$

$$\therefore \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2} = 2-i \text{ 이므로,}$$

복소수의 상등에서 $x+y=4, -x+y=-2$

이것을 풀면 $x=3, y=1$

따라서, $2x+y=2 \times 3 + 1 = 7$

21. $(3+4i)^5(15-20i)^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 5^7 ② 5^{10} ③ 5^{12} ④ 5^{15} ⑤ 5^{20}

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 5^5(3+4i)^5(3-4i)^5 \\ &= 5^5\{(3+4i)(3-4i)\}^5 \\ &= 5^5(5^2)^5 \\ &= 5^{15}\end{aligned}$$

22. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ i ④ $-i$ ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^n + \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^n \\ &= i^n + (-i)^n \quad (n \text{은 홀수}) \\ &= i^n - i^n = 0\end{aligned}$$

23. $f(x) = x^{61} + x^{47} + 1$ 이라고 할 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) = f(-i) = (-i)^{61} + (-i)^{47} + 1 = 1$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = f(i) = i^{61} + i^{47} + 1 = 1$$

24. 다음은 두 복소수 z_1, z_2 에 대하여 ' $z_1 \cdot z_2 = 0$ 이면 $z_1 = 0$ 또는 $z_2 = 0$ '임을 보인 것이다.

$$\begin{aligned}
 & z_1 = a + bi, z_2 = c + di \quad (a, b, c, d \text{는 실수}) \text{라고 하자.} \\
 & z_1 z_2 = 0 \text{이면 } (a + bi)(c + di) = 0 \\
 & \text{이 식의 양변에 } (a - bi)(c - di) \text{를 곱하면} \\
 & (\text{좌변}) = (a + bi)(c + di)(a - bi)(c - di) \\
 & \quad = (a + bi)(a - bi)(c + di)(c - di) \\
 & \quad = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \\
 & (\text{우변}) = 0 \cdot (a - bi)(c - di) = 0 \\
 & \therefore (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 0 \\
 & \text{따라서 } a^2 + b^2 = 0 \text{ 또는 } c^2 + d^2 = 0 \text{ 이므로} \\
 & a = b = 0 \text{ 또는 } c = d = 0 \\
 & \therefore z_1 = 0 \text{ 또는 } z_2 = 0
 \end{aligned}$$

다음 중 위의 과정에 이용되지 않는 성질은?

- ① 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다.
- ② 두 실수 x, y 에 대하여 $xy = 0$ 이면 $x = 0$ 또는 $y = 0$ 이다.
- ③ 두 실수 x, y 에 대하여 $x + yi = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다.
- ④ 임의의 복소수 α 에 대하여 $0 \cdot \alpha = 0$ 이다.
- ⑤ 복소수 α, β 에 대하여 $\alpha\beta = \beta\alpha$ 이다.

해설

$$\begin{aligned}
 & z_1 = a + bi, z_2 = c + di \quad (a, b, c, d \text{는 실수}) \text{라고 하자.} \\
 & z_1 z_2 = 0 \text{이면 } (a + bi)(c + di) = 0 \\
 & (\text{좌변}) = (a + bi)(c + di)(a - bi)(c - di) \cdots \text{⑤} \\
 & \quad = (a + bi)(a - bi)(c + di)(c - di) \\
 & \quad = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \\
 & (\text{우변}) = 0 \cdot (a - bi)(c - di) = 0 \cdots \text{④} \\
 & \therefore (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 0 \cdots \text{②} \\
 & \text{따라서 } a^2 + b^2 = 0 \text{ 또는 } c^2 + d^2 = 0 \text{ 이므로 } \cdots \text{①} \\
 & a = b = 0 \text{ 또는 } c = d = 0 \cdots \text{③의 역} \\
 & \therefore a + bi = 0 \text{ 또는 } c + di = 0 \\
 & \text{즉, 이 과정에서 ③의 역은 이용되었지만, ③은 이용되지 않았다.}
 \end{aligned}$$

25. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수)와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 $z + \bar{z} = 4$, $z\bar{z} = 5$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z + \bar{z} &= 2a = 4, & a &= 2 \\ z\bar{z} &= a^2 + b^2 = 5, & b^2 &= 1 \\ \therefore a^2 - b^2 &= 4 - 1 = 3 \end{aligned}$$

26. $z = \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4 - \bar{z}$ 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $\sqrt{3}i$ ② $-\sqrt{3}i$ ③ $2\sqrt{3}i$
④ $-2\sqrt{3}i$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{1 - (\sqrt{3}i)^2} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{1 - (-3)} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{4} \\ &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore 2z + 1 = \sqrt{3}i \dots \text{①}$$

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$$4z^2 + 4z + 1 = -3 \Leftrightarrow z^2 + z + 1 = 0 \dots \text{②}$$

②의 양변에 $z-1$ 을 곱해주면

$$(z-1)(z^2 + z + 1) = 0 \Leftrightarrow z^3 = 1$$

$$\therefore z^3 = 1 \text{ 이므로 } z^4 = z$$

$$\therefore z^4 - \bar{z} = z - \bar{z}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} - \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \\ &= \sqrt{3}i \end{aligned}$$

27. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{a-1}\sqrt{1-a}\sqrt{-a}$ 를 간단히 하면?

- ① $a(1-a)$ ② $a(a-1)$ ③ $a^2(a-1)$
④ $a^2(1-a)^2$ ⑤ $-a^2(1-a)^2$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0, a-1 < 0, 1-a > 0, -a < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{a}\sqrt{a-1}\sqrt{1-a}\sqrt{-a} \\ &= \sqrt{a}\sqrt{-a}\sqrt{a-1}\sqrt{1-a} \\ &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{ai} \cdot \sqrt{1-a} \cdot \sqrt{1-ai} \\ &= \sqrt{a^2} \sqrt{(1-a)^2 i^2} \\ &= -a(1-a) = a(a-1) \end{aligned}$$

28. n 이 짝수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1}$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\sqrt{2}$ ③ 0 ④ 2 ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} \\ &= \left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 \right\}^{2n} \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 \right\}^{2n} \cdot \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right) \\ &= (\pi^2)^{2n} \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \{(-\pi)^2\}^{2n} \cdot \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \frac{1-i}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

29. 방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을 w 라 할 때, $z = \frac{3w+1}{w+1}$ 이라 하면,

$z\bar{z}$ 의 값은?

(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수)

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을 w 라 하면, 다른 근은 $\bar{w}$ 이다.

$$w + \bar{w} = -1, w\bar{w} = 1$$

$$\begin{aligned} z\bar{z} &= \frac{3w+1}{w+1} \cdot \frac{3\bar{w}+1}{\bar{w}+1} \\ &= \frac{9w\bar{w} + 3(w+\bar{w}) + 1}{w\bar{w} + (w+\bar{w}) + 1} \\ &= 7 \end{aligned}$$

30. $z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여 $z^{2005} + \bar{z}^{2005}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

② -1

③ $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

④ 1

⑤ $\sqrt{3}i$

해설

$$z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, \bar{z} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$2z + 1 = \sqrt{3}i$ 에서 양변을 제곱해서 정리하면

$$z^2 + z + 1 = 0, (z - 1)(z^2 + z + 1) = 0$$

$$\therefore z^3 = 1, \bar{z}^3 = 1$$

$$\begin{aligned} z^{2005} + \bar{z}^{2005} &= (z^3)^{668} \cdot z + (\bar{z}^3)^{668} \cdot \bar{z} \\ &= z + \bar{z} \\ &= -1 \end{aligned}$$