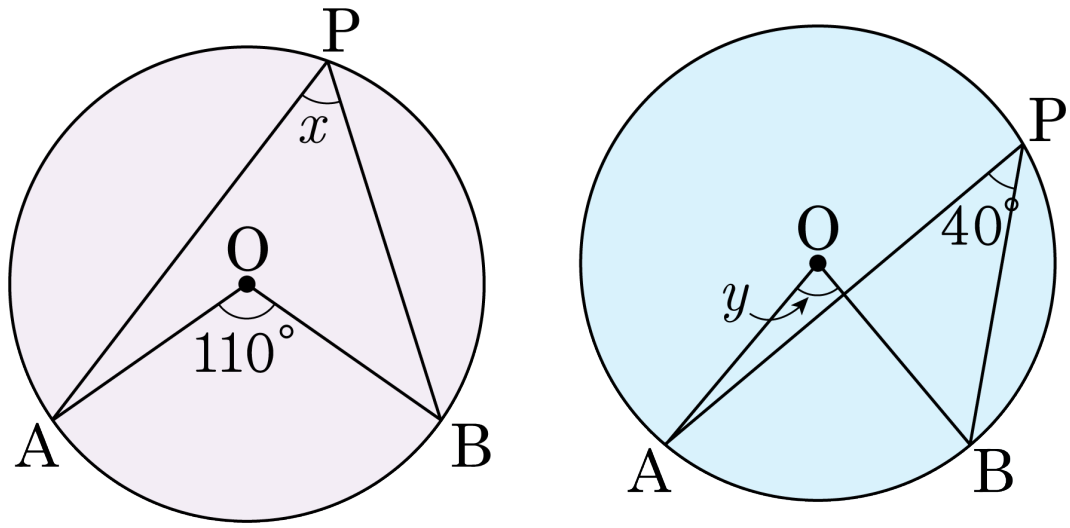
1. 다음 그림에서 $\angle x$와 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여 더하면?



① $95°$ ② $105°$ ③ $115°$ ④ $125°$ ⑤ $135°$

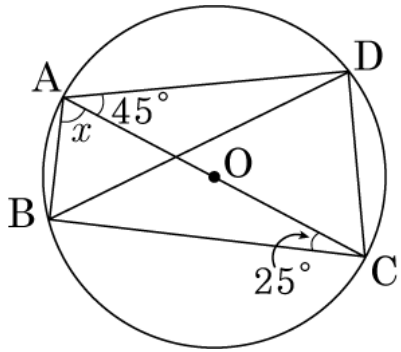
해설

$\angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 110° = 55°$

$\angle y = 40° \times 2 = 80°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 135°$

2. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심이다. $\angle x$ 의 값은?

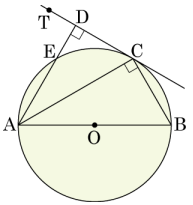


① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$\angle ABC = 90°,\ \angle x = 90° - 25° = 65°$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, 점 C 는 접점이다. 점 A 에서 접선 CT 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle DCA = \angle CBA$

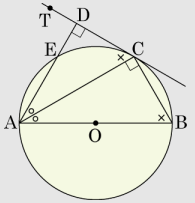
② $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$

③ $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

④ $\angle CAD = \angle ACD$

⑤ $\angle BAC = \angle CAD$

해설



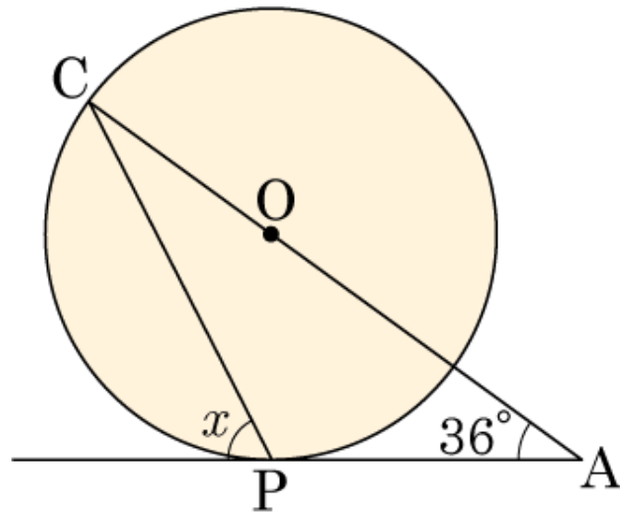
$\angle DCA = \angle CBA$ (접선과 현이 이루는 각)

$\overline{CD}$ 가 접선이므로 $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$

$\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$

$\therefore \overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

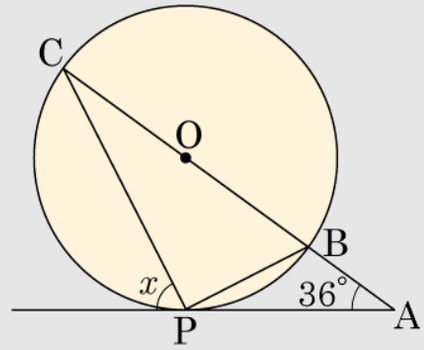
4. 다음 그림에서 x 의 크기는? (단, $\angle A = 36°$이고 점 P 는 접점이다.)



① $36°$ ② $63°$ ③ $48°$

④ $56°$ ⑤ $65°$

해설



점 P와 점 B를 이으면

$\angle CPB = 90°$

$\angle CBP = x$

$\angle PBA = 180° - x$

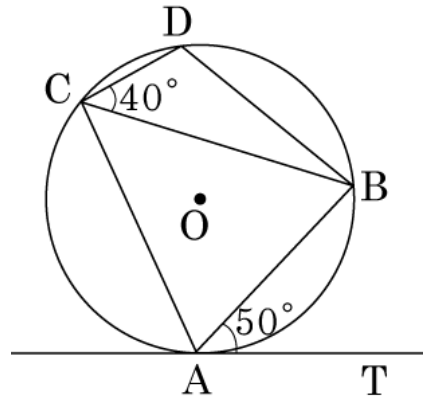
$\angle BPA = 90° - x$

$\triangle ABP$의 내각의 합을 이용하면

$36° + 180° - x + 90° - x = 180°$

$\therefore\ x = 63°$

5. 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

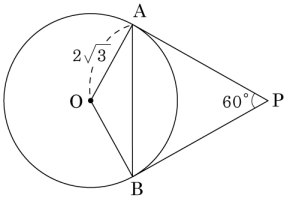
▷ 정답 : 90 °

해설

$\angle BAT = \angle ACB = 50°$

$\therefore \angle ABD = 180° - 50° - 40° = 90°$

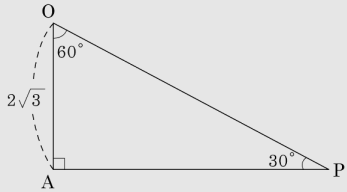
6. 다음 그림에서 두 선분 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AO} = 2\sqrt{3}$cm , $\angle APB = 60°$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 둘레의 길이는?



① 12cm ② 18cm ③ 36cm ④ 48cm ⑤ 60cm

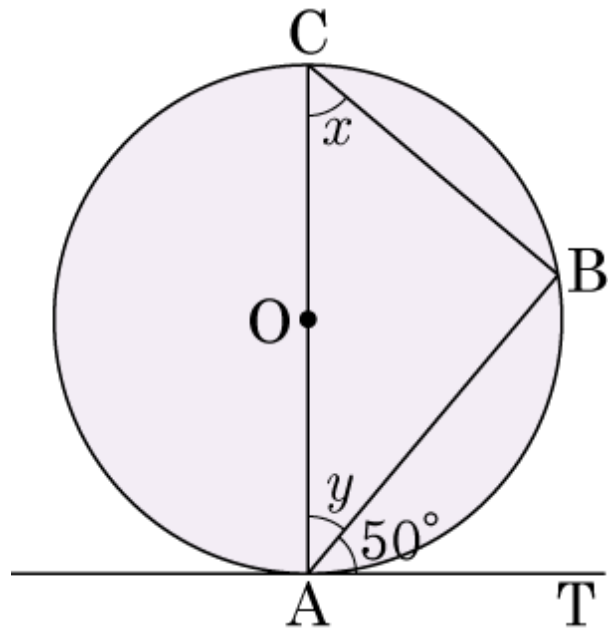
해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\angle PAB = \angle PBA = 60°$
$\overline{OP}$ 를 연결하면 직각삼각형 $\triangle OAP$ 에 의해서



$\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = 2\sqrt{3} : \overline{AP}$
$\therefore\ \overline{AP} = 6\,\text{cm}$
따라서 $\triangle ABP$ 는 정삼각형이므로
$\triangle ABP$ 의 둘레의 길이는 $6 \times 3 = 18(\text{cm})$ 이다.

7. 다음 그림에서 직선 AT가 원 O의 접선일 때, $\angle x - \angle y$의 크기는?



① $5°$ ② $10°$ ③ $15°$

④ $20°$ ⑤ $25°$

해설

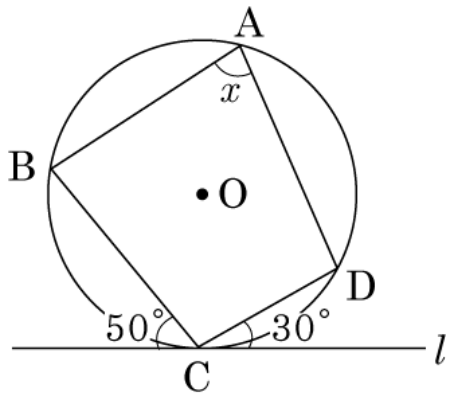
원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $x = 50°$

또한, 반원에 대한 원주각은 $90°$ 이므로

$y = 90° - 50° = 40°$

따라서 $\angle x - \angle y = 50° - 40° = 10°$ 이다.

8. 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기는?



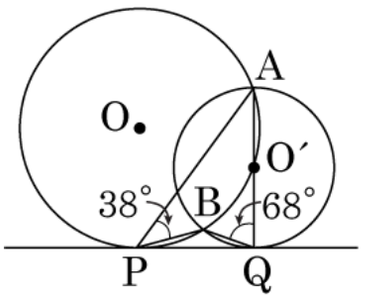
① $50°$ ② $60°$ ③ $70°$ ④ $80°$ ⑤ $90°$

해설

$\overline{AC}$ 를 그으면

$\therefore\ \angle x = \angle BAC + \angle DAC = 50° + 30° = 80°$

9. 다음 그림과 같이 두 점 A, B 에서 만나는 두 원 O, O′ 에 공통인 접선을 긋고, 두 원과의 접점을 각각 P, Q 라고 하자. $\angle APB = 38°$, $\angle AQB = 68°$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기는?



① 36° ② 37° ③ 38° ④ 39° ⑤ 40°

해설

$\angle PAB = a$, $\angle QAB = b$ 라 하면

$\angle BPQ = \angle PAB = a$

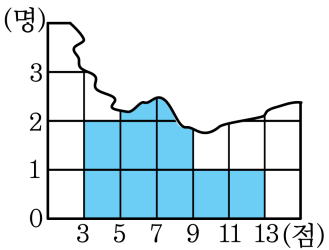
$\angle BQP = \angle QAB = b$

$\triangle APQ$ 는 내각의 합이 180° 이므로

$a + b + 38° + a + b + 68° = 180°$ 이다.

따라서 $a + b = 37°$ 이므로 $\angle PAQ = 37°$ 이다.

10. 다음 그림은 A 반 학생 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 8인 학생이 전체의 20 % 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



▶ 답 : 점

▷ 정답 : 7점

해설

계급값 8 에 대한 도수는 $10 \times \frac{20}{100} = 2$(명)

한편, 계급값 6 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 10 이므로 $10 - (2 + 2 + 1 + 1) = 4$

$\therefore x = 4$

따라서 구하는 평균은

$$\frac{4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 10 \times 1 + 12 \times 1}{10} =$$

$$\frac{8 + 24 + 16 + 10 + 12}{10} = 7(\text{ 점}) \text{ 이다.}$$

11. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 이 때, 5명의 영어 성적의 표준편차를 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-5	0	10	x	5

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

편차의 합은 0이므로

$-5+0+10+x+5=0$

$\therefore x=-10$

$$\frac{(-5)^2+10^2+(-10)^2+(-5)^2}{5}$$

$$=\frac{25+100+100+25}{5}=\frac{250}{5}=50$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$이다.

12. 네 개의 변량 $4,\ 6,\ a,\ b$ 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 $4,\ 6,\ a,\ b$ 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4}=5,\ a+b+10=20$$

$$\therefore\ a+b=10\cdots㉠$$

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$$

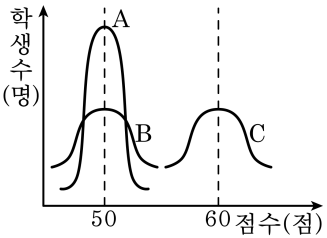
$$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$$

$$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots㉡$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$$

13. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



보기

㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

14. 3개의 변량 x, y, z의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균은 m, 분산은 n이다. 이 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

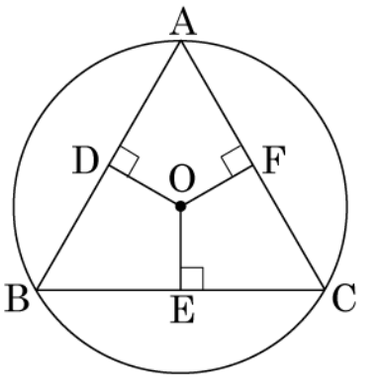
▷ 정답 : 50

해설

$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$

$\therefore m+n = 10+40 = 50$

15. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

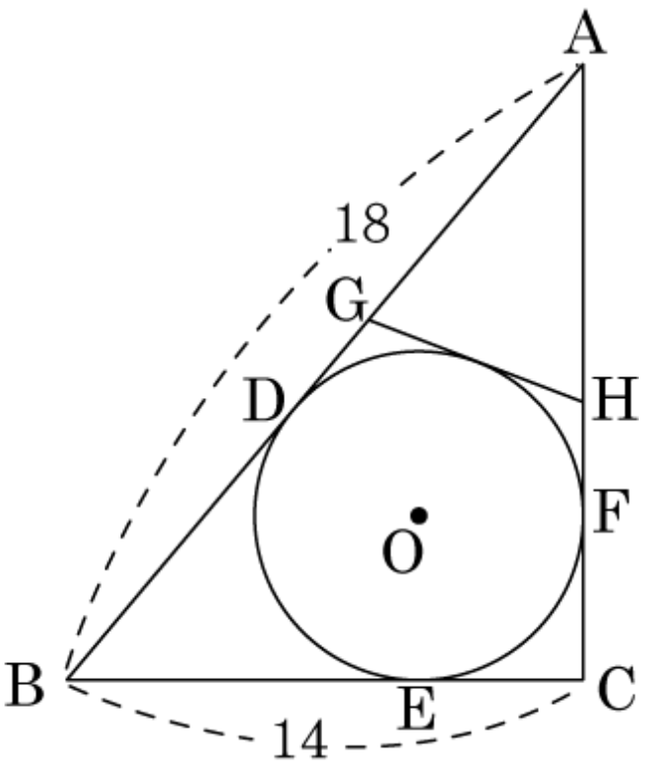
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 6 = 4\,(\text{cm})$$

(원의 넓이)$= \pi \times (4)^2 = 16\pi$

16. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 10 ② 12 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$

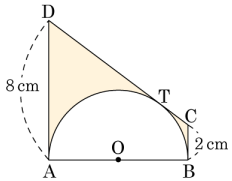
$\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$

$\triangle AGH$ 의 둘레가 20 이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8,\ \overline{EC} = \overline{CF} = 6$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

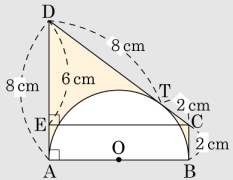
17. 다음 그림과 같이 반원의 호 AB 위의 한 점 T 를 지나는 접선이 지름 AB 의 양 끝점에서 그은 접선과 만나는 점을 각각 D, C 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $(40-8\pi)\text{cm}^2$ ② $(40+8\pi)\text{cm}^2$ ③ $(80-8\pi)\text{cm}^2$

④ $(40-4\pi)\text{cm}^2$ ⑤ $(80-16\pi)\text{cm}^2$

해설



색칠한 부분의 넓이는 □ABCD 에서 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.

그림에서 $\overline{DC}=10\,\text{cm}$, $\overline{DE}=6\,\text{cm}$이므로 $\overline{CE}=8\,\text{cm}$

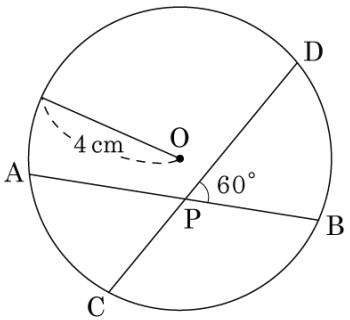
따라서 $\square ABCD=(8+2)\times 8\times\frac{1}{2}=40(\,\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{CE}=8\,\text{cm}$이므로 반원의 반지름은 $4\,\text{cm}$

따라서 (반원의 넓이)$=\pi\times 4^2\times\frac{1}{2}=8\pi(\,\text{cm}^2)$

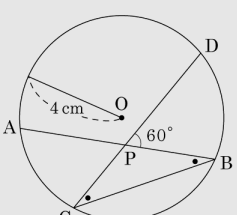
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=(40-8\pi)\,\text{cm}^2$

18. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원 O 에서 $\angle BPD = 60^\circ$ 일 때, $5.0pt\widehat{AC} + 5.0pt\widehat{BD}$ 의 값은?



① $\frac{5}{3}\pi$cm ② 2πcm ③ $\frac{7}{3}\pi$cm
④ $\frac{8}{3}\pi$cm ⑤ 3πcm

해설



점 C 와 점 B 를 연결하는 보조선을 그으면 $\triangle PCB$ 에서 $\angle PCB + \angle PBC = 60^\circ$,
즉, $5.0pt\widehat{AC}$, $5.0pt\widehat{BD}$ 에 대한 원주각의 합이 60° 이므로 중심각의 합은 120° 이다.
원의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi$

$\therefore 5.0pt\widehat{AC} + 5.0pt\widehat{BD} = 8\pi \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$

19. 다음 중 □ABCD 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것은?

① $\angle A = \angle C$

② $\angle B = \angle C$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

④ $\angle A + \angle C = 180°$

⑤ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

해설

① $\angle A = 180° - \angle C$ 일 때, 원에 내접한다.

② $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle A + \angle B = 180°$

또, $\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle A + \angle C = 180°$

따라서 □ABCD 는 원에 내접한다.

20. 다음 표는 어느 야구팀 투수가 던진 직구 속도를 나타낸 것이다. 평균이 119 km/h 일 때, $x-y$ 값을 구하여라.

계급 (km/h)	횟수 (회)
$100^{\text{이상}} \sim 110^{\text{미만}}$	2
$110^{\text{이상}} \sim 120^{\text{미만}}$	3
$120^{\text{이상}} \sim 130^{\text{미만}}$	x
$130^{\text{이상}} \sim 140^{\text{미만}}$	y
합계	10

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

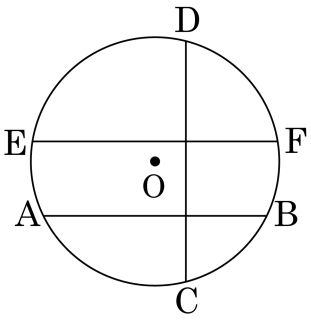
$$\frac{105\times 2+115\times 3+125\times x+135\times y}{10}=119$$

$125x+135y=635\cdots$ ㉠

$x+y=5\cdots$ ㉡

㉠, ㉡를 연립하면 $x=4, y=1$ 이므로 $x-y=3$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현이 그어져 있다. 현 AB 가 원의 중심 O 로부터 αcm 만큼 떨어져 있고 현 CD 는 현 AB 보다 βcm 만큼 가깝게 떨어져 있고 현 EF 는 현 CD 보다 $\frac{\beta}{2}$cm 만큼 가깝게 떨어져 있다. 세 현의 길이가 각각 $2\sqrt{10}$cm, $2\sqrt{22}$cm, 10cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\alpha > 0$, $\beta > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

$\overline{OL} = \alpha$, $\overline{OM} = \alpha - \beta$, $\overline{ON} = \alpha - \frac{3}{2}\beta$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle OAL$, $\triangle OCM$, $\triangle OEN$ 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면

$r^2 = \alpha^2 + (\sqrt{10})^2 \cdots ①$

$r^2 = (\alpha - \beta)^2 + (\sqrt{22})^2 \cdots ②$

$r^2 = (\alpha - \frac{3}{2}\beta)^2 + 5^2 \cdots ③$

② − ①를 하면 $\beta^2 - 2\alpha\beta + 12 = 0 \cdots ④$

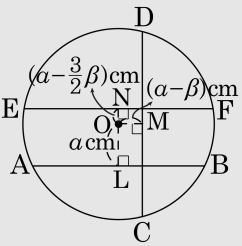
③ − ② 을 하면 $\frac{5}{4}\beta^2 - \alpha\beta + 3 = 0 \cdots ⑤$

④, ⑤에 의하여 $\beta^2 = 4 \therefore \beta = 2 (\because \beta > 0)$

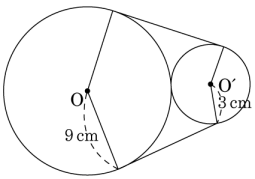
이를 ④에 대입하면 $\alpha = 4$

이를 ①에 대입하면 $r^2 = 26$

$\therefore r = \sqrt{26} (\because r > 0)$



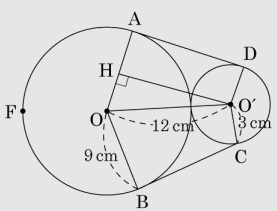
22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 9cm, 3cm 인 원기둥 모양의 통을 끈으로 묶으려고 한다. 필요한 끈의 최소길이를 구하여라. (단, 매듭의 길이는 생각하지 않는다.)



▶ 답: _____ cm

▷ 정답: $14\pi + 12\sqrt{3}$ cm

해설



다음 그림에서 $\overline{OH} = \overline{OA} - \overline{AH} = 9 - 3 = 6(\text{cm})$
$\triangle OHO'$ 에서 $\overline{O'H} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{AD} = \overline{O'H} = 6\sqrt{3}\text{cm}$
이때, $\overline{OH} : \overline{O'H} : \overline{OO'} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로
$\angle HOO' = 60°,\ \angle OO'H = 30°$
$\therefore\ \angle CO'D = 360° - (30° \times 2 + 90° \times 2) = 120°$
$\triangle AOB(\text{큰각}) = 360° - 60° \times 2 = 240°$
따라서 필요한 끈의 최소길이는

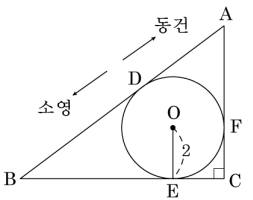
$$5.0\text{pt}24.88\text{pt}\overset{\frown}{AFB} + 5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD} + \overline{AD} \times 2$$

$$= 2 \times 9 \times \pi \times \frac{240°}{360°} + 2 \times 3 \times \pi \times \frac{120°}{360°} + 6\sqrt{3} \times 2$$

$$= 12\pi + 2\pi + 12\sqrt{3}$$

$= 14\pi + 12\sqrt{3}$ 이다.

23. 소영이와 동건이는 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 인 원 모양의 정원에 접해 있는 직각삼각형 모양의 산책로를 걷고 있다. 소영이는 D 지점에서 출발하여 B 지점을 지나 E 지점까지 가고, 동건이는 D 지점을 출발하여 A 지점을 지나 E 지점 까지 갔다. 소영이의 속력과 동건이의 속력과 두 사람이 걸린 시간이 같을 때, 이 산책로의 전체 길이를 구하여라. (단, 점 D, E, F 는 접점이다.)



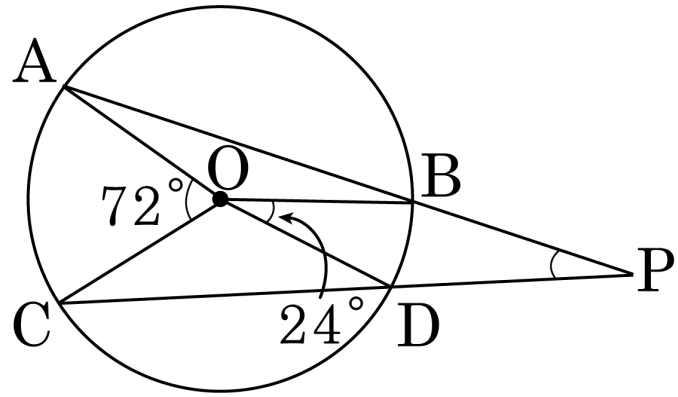
▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

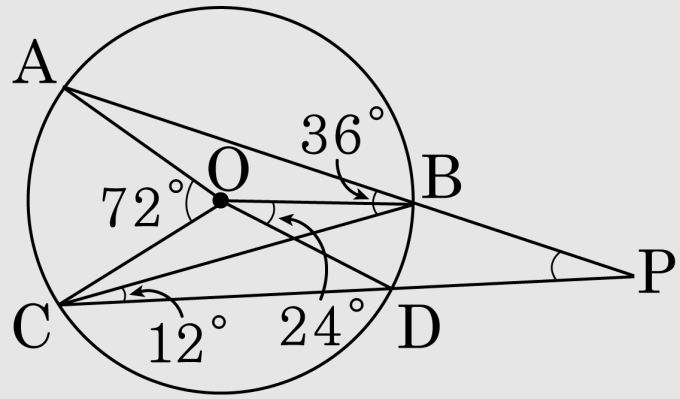
$\overline{AD} = \overline{AF} = x,\ \overline{BD} = \overline{BE} = y$ 라 하면
$\overline{AD} + \overline{AF} + \overline{FC} + \overline{CE} = \overline{BD} + \overline{BE}$ 이므로
$x + x + 2 + 2 = y + y \therefore\ y = x + 2 \cdots ①$
$\triangle ABC$ 에서 $(x+2)^2+(y+2)^2 = (x+y)^2 \therefore\ 2x+2y+4 = xy \cdots ②$
①, ②에서 $x^2 - 2x - 8 = 0 \therefore\ x = 4(\because x > 0),\ y = 6$
따라서 산책로 전체의 길이는 $2x + 2y + 4 = 24$ 이다.

24. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72°$, $\angle BOD = 24°$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



① $20°$ ② $22°$ ③ $23°$ ④ $24°$ ⑤ $25°$

해설



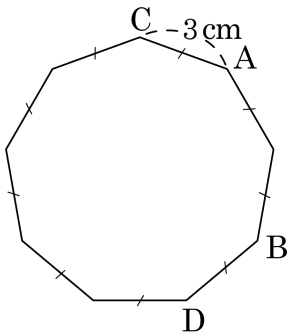
$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$, $\angle BCD = \frac{1}{2} \times 24° = 12°$

$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC$ 이므로

$36° = 12° + \angle BPC$

$\therefore \angle BPC = 24°$

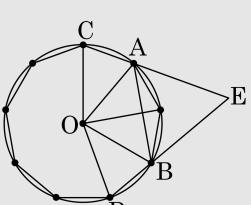
25. 한 변의 길이가 3cm 인 정구각형에서 가장 짧은 대각선의 길이를 5cm 라 할 때, 가장 긴 대각선의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설



$\overline{CD}$ 이므로 $\triangle ECD$ 와 $\triangle EAB$ 는 모두 정삼각형이다.

$\therefore \overline{CD} = \overline{CE} = \overline{CA} + \overline{AE}(\overline{AB}) = 3 + 5 = 8(cm)$