

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 150 에 가장 가까운 9 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 153

해설

$9 \times 16 = 144$, $9 \times 17 = 153$ 이므로 150 에 가장 가까운 9 의 배수는 153 이다.

3. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

4. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

5. 다음 수 중에서 소수의 개수를 구하여라.

1 3 6 27 29

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면

1 의 약수 : 1

3 의 약수 : 1, 3

6 의 약수 : 1, 2, 3, 6

27 의 약수 : 1, 3, 9, 27

29 의 약수 : 1, 29

따라서 소수는 약수가 2 개인 수이므로 3 과 29 이다.

6. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

7. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

② $16 = 4^2$

③ $108 = 2^2 \times 3^3$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$

8. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11

② 1, 2, 3, 11

③ 2^2 , 11

④ 2^3 , 3, 11

⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

9. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

10. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

11. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 80

② 90

③ 216

④ 168

⑤ 180

해설

$$\textcircled{1} \quad 80 = 2^4 \times 5$$

$$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$$

$$\textcircled{2} \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$$

$$\textcircled{3} \quad 216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$$

$$\textcircled{4} \quad 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$$

$$\textcircled{5} \quad 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$$

12. 어떤 수를 5 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지가 2 이었다. 이 수를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

13. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

어떤 수를 나누어 떨어지게 하는 수를 그 어떤 수의 약수라 한다.
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

15. 다음 소인수분해한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $24 = 2^3 \times 3$

② $36 = 2^2 \times 9$

③ $42 = 2 \times 3 \times 7$

④ $88 = 2 \times 4 \times 11$

⑤ $160 = 2^4 \times 5^2$

해설

② $36 = 2^2 \times 3^2$

④ $88 = 2^3 \times 11$

⑤ $160 = 2^5 \times 5$

16. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

17. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

18. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\frac{140}{x} = y^2 \text{ 에서}$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$x = 5 \times 7$$

$$2^2 = y^2$$

$$2 = y$$

$$\therefore x + y = 35 + 2 = 37$$

19. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

20. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore 4$

21. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
 $7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 이다.

22. 어떤 수를 6 으로 나누었더니 몫이 3 이고 나머지가 3 이었다. 이 수를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$ 이므로 몫이 4, 나머지가 1 이다.

따라서 $a - b = 4 - 1 = 3$ 이다.

23. 어떤 자연수를 12로 나누었더니, 몫이 5이고 나머지가 7이었다. 이 수를 13으로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 12 \times 5 + 7 = 13 \times 5 + 2$ 이므로 $a = 5$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 5 + 2 = 7$ 이다.

24. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

25. 네 자리 수 $68\square 0$ 이 6 의 배수일 때, $\square$ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

해설

6 은 2 와 3 의 배수이다.

일의 자리가 0 이므로 2 의 배수이고 3 의 배수이려면 $6+8+\square+0$ 이 3 의 배수이어야 한다.

$\therefore \square = 1, 4, 7$

26. 다음 중 12 의 배수는?

① 90

② 126

③ 288

④ 352

⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

27. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

① $124 = 2^2 \times 31$

② $54 = 2 \times 3^3$

③ $72 = 2^3 \times 3^3$

④ $196 = 2^2 \times 7^2$

⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

③ $2^3 \times 3^2$

28. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

29. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값
중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

30. 300 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$300 \div a = b^2 \text{ 에서}$$

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$$

$$2^2 \times 5^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 5 = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

31. $2^3 \times 7^2 \times a^2 \times b$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
(단, a, b 는 2, 7을 제외한 소수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

$$(3 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 72(\text{개})$$

32. 108 과 약수의 개수가 같은 수는?

① 48

② 70

③ 121

④ 72

⑤ 171

해설

108의 약수의 개수는 $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

① $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $5 \times 2 = 10$ (개)

② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $121 = 11^2$ 이므로 3 (개)

④ $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

⑤ $171 = 3^2 \times 19$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ (개)

33. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1 + 1) \times (2 + 1) \times (a + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

34. $3^x \times 5^2 \times 20$ 의 약수의 개수가 72 일 때, x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$3^x \times 5^2 \times 20 = 2^2 \times 3^x \times 5^3 \text{ 이므로}$$

약수의 개수는

$$(2 + 1) \times (x + 1) \times (3 + 1) = 72 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 5$$

35. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

② 2^2

③ 2^3

④ 3

⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$