

1. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

2. 다음 보기 중 소수를 모두 찾아 기호로 써라.

보기

㉠ 5

㉡ 9

㉢ 11

㉣ 15

㉤ 49

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

주어진 수에서 5, 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

3. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

4. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

따라서 $x = 2, y = 5$

$$y - x = 3$$

5. $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$ 의 약수의 개수를 구하면?

① 36 개

② 42 개

③ 48 개

④ 54 개

⑤ 58 개

해설

$$\begin{aligned} & 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9 \\ &= 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$(\text{약수의 개수}) = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 54 \text{ (개)}$$

6. $3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, \dots \rightarrow 4$ 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 1 이 된다.

$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots \rightarrow 4$ 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 6 이 된다.

3^{2009} 의 일의 자릿수는 3 이고,

2^{2009} 의 일의 자릿수는 2 이므로,

$3^{2009} - 2^{2009}$ 의 일의 자릿수는 1 이 된다.

$\therefore 3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

7. 6의 약수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

9. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$

㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$

㉢ $4 \times 4 = 2^4$

㉣ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$

㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

① 0 개

② 1 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$

㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$

㉢ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^3$

㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

10. <보기>의 수 중에서 합성수를 모두 골라라.

보기

2 4 5 7 9 11 12

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 9

▷ 정답: 12

해설

보기의 수 중 합성수는 4, 9, 12 이다.

11. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$350 = 2 \times 5^2 \times 7$$

$$\therefore 1 + 2 + 1 = 4$$

12. 60에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

13. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

14. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^3 \times 3^2 \times 5$

② $2^3 \times 3^2$

③ $2^4 \times 3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3 \times 5$

⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

15. 어떤 자연수 x 는 9 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지는 6 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값은?

① 40

② 42

③ 44

④ 50

⑤ 52

해설

$x = 9 \times 5 + y$ ($0 \leq y < 9$) 이고 y 는 6 보다 큰 소수이므로 $y = 7$ 이 되어 $x = 9 \times 5 + 7 = 52$ 이다.

16. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

17. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

18. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5$, $n = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

19. 180의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180의 약수의 개수 :

$$(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

20. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

21. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

22. 자연수 x 를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호 $S(x)$ 로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고, $S(m) = 12$ 라고 한다. 이 때, 이를 만족하는 m 의 값의 합을 구하여라.

(예를 들면, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로 $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$ 가 된다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는
(2, 3, 5), (2, 3, 7) 의 두 가지 경우이다.

$S(m) = 2 + 2 + 3 + 5$ 또는 $S(m) = 2 + 3 + 7$ 이므로 $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 또는 $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$

따라서 $60 + 42 = 102$ 이다.

23. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

24. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1 + 1) \times (a + 1) \times (b + 1) = 12$$

$$(a + 1) \times (b + 1) = 6$$

$$a + 1 = 2, b + 1 = 3 \text{ 또는 } a + 1 = 3, b + 1 = 2$$

$$a = 1, b = 2 \text{ 또는 } a = 2, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

25. $5^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\square = a^x$ (a 는소수) 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15 개이므로

$(4 + 1) \times (x + 1) = 15, x + 1 = 3, x = 2$ 이다.

또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.

따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.