

1. 분수  $\frac{x}{300}$  를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면  $\frac{7}{y}$  이 된다. 이 때,  $x + y$  의 값을 구하여라. (단,  $1 \leq x \leq 30$ ,  $x, y$  는 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 121

해설

$$\frac{x}{300} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 5^2} = \frac{7}{y}$$

$x$  는 3 과 7 의 공배수이어야 하므로 21 이다.

$$\therefore x = 21$$

$$\frac{21}{300} = \frac{7}{100} \text{ 이므로}$$

$$y = 100$$

$$\therefore x + y = 21 + 100 = 121$$

2.  $\frac{a}{70}$ 를 기약분수로 나타내면  $\frac{1}{b}$ 이고 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 자연수  $a$ 와  $b$ 의 값의 합  $a + b$ 를 구하여라. (단,  $10 < a < 20$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{b}$$

$a$ 는 7의 배수, 단,  $10 < a < 20$ 이므로

$$a = 14, b = 5$$

$$\therefore a + b = 19$$

3. 좌표평면 위의 점  $A(3.\dot{3}, 6.\dot{6})$ ,  $B(3.\dot{3}, 0)$  를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각  $A'$ ,  $B'$  이라 할 때, 평행사변형  $ABA'B'$  의 넓이를 순환소수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: 44.4

해설

$3.\dot{3} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$ ,  $6.\dot{6} = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$  이므로 점  $A(\frac{10}{3}, \frac{20}{3})$  를

원점에 대칭이동한 점  $A'$  의 좌표는  $(-\frac{10}{3}, -\frac{20}{3})$  점  $B(\frac{10}{3}, 0)$

를 원점에 대칭이동한 점  $B'$  의 좌표는  $(-\frac{10}{3}, 0)$

(평행사변형  $ABA'B'$  의 넓이)  $= \frac{20}{3} \times (2 \times \frac{10}{3}) = \frac{400}{9} = 44.\dot{4}$

4. 다음 마방진의 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 같아지도록  $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^8, 3^9$  을 빈 칸에 채워 넣었을 때,  $(B - D) \times (C - A)$  의 값을 구하여라.

A	$3^7$	
B		3
	C	D

▶ 답 :

▷ 정답 : 236196

해설

2	7	6	A ( $3^2$ )	$3^7$	$3^6$
9	5	1	B ( $3^9$ )	$3^5$	3
4	3	8	$3^4$	C ( $3^3$ )	D ( $3^8$ )

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리의 합과 같으므로 지수만으로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같은 마방진을 먼저 만든다. (왼쪽 마방진)

밑을 3으로 하고 지수를 왼쪽 마방진의 수를 그대로 사용하면 오른쪽과 같이 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두  $3^{15}$  가 되는 표가 완성된다.

따라서  $A(3^2), B(3^9), C(3^3), D(3^8)$  이다.

$$\begin{aligned}
 & \therefore (B - D) \times (C - A) \\
 &= (3^9 - 3^8) \times (3^3 - 3^2) \\
 &= (3 \times 3^8 - 3^8) \times (3 \times 3^2 - 3^2) \\
 &= (2 \times 3^8) \times (2 \times 3^2) \\
 &= 4 \times 3^{10} \\
 &= 236196
 \end{aligned}$$

5.  $81^4 \div 27^n = 9^2$  일 때,  $n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$(3^4)^4 \div 3^{3n} = 3^4 \text{ 이므로 } 16 - 3n = 4$$

$\therefore n = 4$  이다.

6. 자연수  $a$  에 대하여  $1^a + 2^a + 3^a$  을 10 으로 나눈 나머지를  $f(a)$  라 할 때,  $f(10) + f(14)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

### 해설

$1^a$  의 일의 자리의 숫자는 1, 1, 1, 1...

$2^a$  의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6, 2, 4...

$3^a$  의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1, 3, 9...

따라서,  $1^a + 2^a + 3^a$  의 일의 자리의 숫자는 6, 4, 6, 8... 이 반복된다.

즉,  $f(n) = f(n + 4)$  이므로  $f(10) = f(14)$  이고

$f(10)$  의 일의 자리의 숫자는  $10 = 4 \times 2 + 2$  이므로 4 이다.

$\therefore f(10) + f(14) = 4 + 4 = 8$

7. 0 이 아닌 세 수  $x, y, z$  에 대하여  $yz = \frac{1}{x}$  일 때,  $\frac{x}{1+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{1+z+zx}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$yz = \frac{1}{x}$  에서  $xyz = 1$  을 주어진 식에 대입하여 분모를  $1+y+yz$

로 통일하면

$$\begin{aligned} & \frac{x}{xyz+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{xyz+z+zx} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{1}{1+x+xy} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{xyz}{xyz+x+xy} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{yz}{1+y+yz} \\ &= \frac{1+y+yz}{1+y+yz} = 1 \end{aligned}$$

8. 두 수  $a, b$  에 대하여  $\frac{b}{a} < 0$  이고  $\frac{2a-b}{a-2b} = M$  이라 할 때,  $M$  의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{1}{2} < M < 2$

해설

$$\frac{2a-b}{a-2b} = M \text{ 에서}$$

$$2a - b = aM - 2bM$$

$$a(2 - M) = b(1 - 2M)$$

조건에 의하여  $\frac{b}{a} = \frac{2-M}{1-2M} < 0$  이다.

(1)  $2 - M > 0$  이고,  $1 - 2M < 0$  일 때,

$$M < 2, M > \frac{1}{2}$$

(2)  $2 - M < 0$  이고,  $1 - 2M > 0$  일 때,

$M > 2, M < \frac{1}{2}$  이므로 조건에 맞지 않는다.

따라서 (1), (2)에서  $M$  의 값의 범위는  $\frac{1}{2} < M < 2$  이다.

9. 1 이 아닌 세 자연수  $x, y, z$  가  $\frac{(x-1)(1-y) + (y-1)(1-z) + (z-1)(1-x)}{(1-x)(1-y)(1-z)} = 1$  을 만족할

때,  $xyz$  의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 64

▷ 정답: 75

▷ 정답: 84

해설

$$\frac{(x-1)(1-y) + (y-1)(1-z) + (z-1)(1-x)}{(1-x)(1-y)(1-z)} = 1 \text{ 를 간단히}$$

하면

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = 1$$

$x \leq y \leq z$  라 하면

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} \leq \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{3}{x-1} \text{ 에서}$$

$$1 \leq \frac{3}{x-1}, 1 < x-1 \leq 3$$

$$\therefore 2 < x \leq 4 \rightarrow x = 3, 4$$

(1)  $x = 3$  일 때,  $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = \frac{1}{2}$  이므로  $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} \leq$

$$\frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-1} = \frac{2}{y-1} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{2}{y-1}, 1 < y-1 \leq 4 \therefore 2 < y \leq 5, y = 3, 4, 5$$

$y = 3$  이면 성립하지 않는다.

$y = 4$  이면  $z = 7$ ,  $y = 5$  이면  $z = 5$

(2)  $x = 4$  일 때,  $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = \frac{2}{3}$  이므로

$$\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} \leq \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-1} = \frac{2}{y-1}$$

$$\frac{2}{3} \leq \frac{2}{y-1}, 1 < y-1 \leq 3 \therefore 2 < y \leq 4, y = 3, 4$$

$y = 3$  이면  $z = 7$ ,  $y = 4$  이면  $z = 4$

$(x, y, z)$  의 순서쌍은  $(3, 4, 7)$ ,  $(3, 5, 5)$ ,  $(4, 3, 7)$ ,  $(4, 4, 4)$

그런데  $(4, 3, 7)$  은  $x \leq y \leq z$  의 조건에 맞지 않으므로 제외한다.

따라서  $xyz$  의 값이 될 수 있는 것은 64, 75, 84 이다.

10.  $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2} \leq \frac{1}{3}a - \frac{1}{6}$  를 만족하는 가장 작은 정수를  $a$  라고 할 때,  
 $2x + 1 \geq \frac{1}{3} + \frac{1}{3}ax$  의 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x \leq 1$

해설

$$\frac{1}{4}a + \frac{1}{2} \leq \frac{1}{3}a - \frac{1}{6}$$

$$-\frac{1}{12}a \leq -\frac{2}{3}$$

$$a \geq 8$$

$$\therefore a = 8$$

$$2x + 1 \geq \frac{1}{3} + \frac{1}{3}ax$$

$$\left(2 - \frac{1}{3}a\right)x \geq -\frac{2}{3}$$

$$a = 8 \text{ 이므로 } \left(2 - \frac{1}{3} \times 8\right)x \geq -\frac{2}{3}$$

$$x \leq -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore x \leq 1$$

11.  $x$  에 관한 일차부등식  $-5x \geq b - 3ax$  의 해가  $x \geq -\frac{1}{3}$  일 때,  $2a + 2b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{10}{3}$

해설

$(-5 + 3a)x \geq b$  의 해가  $x \geq -\frac{1}{3}$  로 부등호 방향이 바뀌지 않았

으므로

$$-5 + 3a > 0$$

$$\therefore a > \frac{5}{3}$$

부등식의 양변을  $-5 + 3a$  로 나누면

$x \geq \frac{b}{-5 + 3a}$  이고, 이 해가  $x \geq -\frac{1}{3}$  이므로

$$\frac{b}{-5 + 3a} = -\frac{1}{3}$$

$$-3b = 3a - 5, 3a + 3b = 5 \text{ 이므로 } a + b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 2b = \frac{10}{3}$$

12. 어느 이동통신사에는 요금제 A 와 요금제 B 가 있다. 요금제 A 는 기본요금 16000 원에 10 초당 통화요금은 18 원이고, 요금제 B 는 기본요금 12000 원에 10 초당 통화요금은  $x$  원이다. 한 달에 70 분 통화하는 사람은 요금제 B 가 유리하고, 한 달에 90 분 통화하는 사람은 요금제 A 가 유리할 때,  $x$  의 범위  $a < x < b$  에 대하여,  $a, b$  를 소수 첫째 자리에서 반올림하여 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 25$

▷ 정답 :  $b = 28$

### 해설

70분 = 4200초, 90분 = 5400초

1) 한 달에 70 분 통화하는 사람의 경우

$$(\text{요금제 A}) = 16000 + 420 \times 18 = 23560$$

$$(\text{요금제 B}) = 12000 + 420x$$

따라서  $23560 > 12000 + 420x$

$$\therefore x < \frac{578}{21} = 27.5 \dots$$

2) 한 달에 90 분 통화하는 사람의 경우

$$(\text{요금제 A}) = 16000 + 540 \times 18 = 25720$$

$$(\text{요금제 B}) = 12000 + 540 \times x$$

따라서  $25720 < 12000 + 540 \times x$

$$\therefore x > \frac{686}{27} = 25.4 \dots$$

따라서  $25.4 \dots < x < 27.5 \dots$  이므로

$a = 25, b = 28$  이다.

13.  $a\%$  의 소금물 200g 과  $b\%$  의 소금물 300g 을 혼합하여 12% 의 소금물을 만들었다.  $b$  는  $a$  보다 클 때,  $a$  의 최댓값과  $b$  의 최솟값의 합을 구하여라. (단,  $a, b$  는 정수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$$\frac{a}{100} \times 200 + \frac{b}{100} \times 300 = \frac{12}{100} \times 500$$

$$2a + 3b = 60$$

$a, b$  가 모두 정수이므로  $(a, b)$  의 순서쌍  
(3, 18), (6, 16), (9, 14), (12, 12), ... 이므로

조건에 맞는  $a$  의 최댓값은 9, 최솟값은 14 이다.

$$\therefore a + b = 9 + 14 = 23$$

14. 연립방정식  $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y = kx \end{cases}$  가  $x = 0, y = 0$  이외의 해를 가질 때,

상수  $k$ 의 값을  $\frac{b}{a}$ 라 한다.  $|a - b|$ 의 값을 구하여라. (단,  $a$ 와  $b$ 는 서로 소인 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y = kx \end{cases} \quad \text{에서}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 0 & \dots \text{㉠} \\ (3 - k)x + y = 0 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\frac{1}{(3 - k)} = \frac{2}{1} \text{에서}$$

$x = 0, y = 0$  이외의 해를 가지려면

$$6 - 2k = 1$$

$$\therefore k = \frac{5}{2} \quad \therefore a = 2, b = 5$$

$$\therefore |a - b| = |2 - 5| = 3$$



16. 지성, 경희, 찬호 세 사람은 놀이동산의 놀이기구 이용요금을 일정한 비율로 부담하기로 하였다. ㉠ 놀이기구는 2 : 3 : 4 의 비율로 부담하고, ㉡ 놀이기구는 1 : 3 : 3 의 비율로 부담하기로 하였다. 지성은 이 비율에 따라 3500 원을 부담하였고 찬호는 8200 원을 부담하였을 때, 경희가 부담한 금액을 구하여라.

▶ 답:                      원

▷ 정답: 7050 원

### 해설

지성, 경희, 찬호 세 사람이 ㉠ 놀이기구를 이용하기 위해 부담한 금액을 각각  $2m$  원,  $3m$  원,  $4m$  원 이라 하고, ㉡ 놀이기구를 이용하기 위해 부담한 금액을  $n$  원,  $3n$  원,  $3n$  원 이라 하면

지성이 부담한 금액은  $2m + n = 3500$

찬호가 부담한 금액은  $4m + 3n = 8200$

두 식을 연립하여 풀면

$$m = 1150, n = 1200$$

따라서 경희가 부담한 금액은

$$3m + 3n = 3 \times 1150 + 3 \times 1200 = 7050 \text{ (원)}$$

17. 농도가 각각 4%, 5%, 6% 인 소금물이 모두 합해 100g 있다. 세 종류의 소금물을 모두 섞으면 4.9%의 소금물이 되고, 4% 소금물과 6% 소금물을 섞으면 4.8%의 소금물이 될 때, 세 종류 소금물의 무게를 각각 구하여라.

▶ 답 :            g

▶ 답 :            g

▶ 답 :            g

▷ 정답 : 4% 소금물 : 30 g

▷ 정답 : 5% 소금물 : 50 g

▷ 정답 : 6% 소금물 : 20 g

### 해설

4%, 5%, 6% 인 소금물의 양을 각각  $x$ g,  $y$ g,  $z$ g 이라 하면 각각의 소금물에 들어있는 소금의 양은  $0.04x$ g,  $0.05y$ g,  $0.06z$ g 이 된다.

$$x + y + z = 100 \dots \textcircled{㉠}$$

$$0.04x + 0.05y + 0.06z = 0.049(x + y + z),$$

$$9x - y - 11z = 0 \dots \textcircled{㉡}$$

$$0.04x + 0.06z = 0.048(x + z),$$

$$2x - 3z = 0 \dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 을 연립하여 풀면 } x - z = 10 \dots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣} \text{ 을 연립하여 풀면 } x = 30, z = 20$$

따라서  $y = 50$

$\therefore$  4%, 5%, 6% 인 소금물의 양은 각각 30g, 50g, 20g 이다.

18. 함수  $f(x) = 1 - \frac{1}{a}$  에 대하여,  $f^2 = f(f(x)) = 1 - \frac{1}{f(x)}$ ,  $f^3 = f(f^2(x)) = 1 - \frac{1}{f^2(x)}$  로 정의한다.  $f^{99}(a) = \frac{1}{3}$  일 때,  $f^{199}(a)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^{99}(a) = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$f^{100}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -2,$$

$$f^{101}(a) = 1 - \frac{1}{-2} = \frac{3}{2},$$

$$f^{102}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{3}{2}} \equiv \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$-2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}$  의 값을 순환한다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$199 \div 3 = 66 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{199}(a) = f^{100}(a) = -2$$

19. 두 함수  $f(x) = -\frac{2}{x}$ ,  $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여  $f(2) = a$ 일 때,  $g(x) = a$ 를 만족하는  $x$ 의 값은?

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

해설

$$f(x) = -\frac{2}{x}, g(x) = 2x + 1 \text{에서}$$

$$f(2) = -\frac{2}{2} = -1 = a \text{이므로}$$

$$g(x) = 2x + 1 = -1, 2x = -2$$

$$\therefore x = -1$$

20. 일차함수  $y = -3x + a$ 의 그래프와  $x$ 축에 대하여 대칭인 그래프를  $y$ 축의 방향으로 6만큼 평행이동한 그래프의 식이  $y = kx + 11$ 이다. 이때,  $a + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

### 해설

$x$ 축에 대칭인 그래프  $-y = -3x + a$ 를  $y$ 축의 방향으로 6만큼 평행이동시키면

$$y = 3x - a + 6$$

이 그래프는  $y = kx + 11$ 의 그래프와 일치하므로

$$k = 3, -a + 6 = 11, a = -5$$

$$\therefore a + k = -5 + 3 = -2$$

21. 일차함수  $y = -2x + 4$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-b$ 만큼 평행이동하면  $y = -2x$ 의 그래프와 겹쳐진다. 이때,  $2a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$y = -2(x - a) + 4 - b$$

$$y = -2x + 2a + 4 - b \text{ 는 } y = -2x \text{ 와 같으므로}$$

$$\therefore 2a + 4 - b = 0$$

$$\therefore 2a - b = -4$$

22.  $x$  절편이  $y$  절편의  $\frac{1}{2}$  인 일차함수의 그래프가 두 점  $(m, -3)$ ,  $(2, 4m)$  을 지날 때,  $m$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답:  $-\frac{7}{2}$

### 해설

$y$  절편을  $2a$  로 놓으면  $x$  절편은  $a$  이므로

$$\text{직선의 기울기는 } \frac{2a - 0}{0 - a} = -2$$

즉, 일차함수  $y = -2x + b$  로 놓으면 이 그래프는 두 점  $(m, -3)$ ,  $(2, 4m)$  를 지나므로

$$-3 = -2m + b$$

$$4m = -4 + b$$

위의 두 식을 연립하면  $m = -\frac{7}{2}$  이다.

23. 기온이 변화함에 따라 소리의 속력은 다음 표와 같이 변화한다고 한다.  
기온이  $-15^{\circ}\text{C}$ 일 때의 소리의 속력은?

기온( $^{\circ}\text{C}$ )	0	5	10	15	20
소리의 속력(m/s)	331	334	337	340	343

▶ 답: m/s

▷ 정답: 322m/s

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{334 - 331}{5 - 0} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore y = \frac{3}{5}x + 331$$

$$x = -15 \text{ 일 때, } y = \frac{3}{5} \times (-15) + 331 = 322$$

24. 직선  $y = 3$  과 수직으로 만나고  $(-1, 5)$  를 지나는 직선의 그래프가  $(a-3)x + (2b+2)y - 4 = 0$  일 때, 상수  $a, b$  에 대하여  $a-b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

### 해설

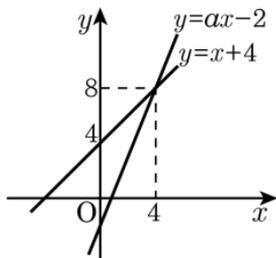
$y = 3$  과 수직으로 만나려면 주어진 일차방정식의  $y$  계수가 0 이 되어야 하고  $(-1, 5)$  를 지나므로

$$2b + 2 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$(a - 3)(-1) - 4 = 0 \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore a - b = 0$$

25. 점  $(4, 8)$  에서 만나는 두 직선  $y = x + 4$ ,  $y = ax - 2$  과 직선  $y = mx + 6$  을 그렸을 때, 세 직선으로 둘러싸인 삼각형이 생기지 않기 위한  $m$  의 값을 모두 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{2}$  또는 0.5

▷ 정답 : 1

▷ 정답 :  $\frac{5}{2}$  또는 2.5

### 해설

i)  $y = ax - 2$  은  $(4, 8)$  을 지나므로,  $8 = 4a - 2$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

ii)  $y = mx + 6$  과  $y = x + 4$  이 평행하면 삼각형이 생기지 않으므로  $m = 1$

iii)  $y = mx + 6$  과  $y = ax - 2$  이 평행하면 삼각형이 생기지 않으므로  $m = \frac{5}{2}$

iv)  $y = mx + 6$  이  $(4, 8)$  을 지날 때 삼각형이 생기지 않으므로  $8 = 4m + 6$

$$\therefore m = \frac{1}{2}$$