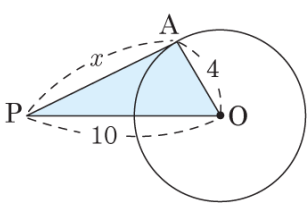


1. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?(단, $\overline{PA}$ 는 원 O 의 접선)

- ① $5\sqrt{3}$
- ② $3\sqrt{13}$
- ③ $4\sqrt{21}$
- ④ $4\sqrt{23}$
- ⑤ $9\sqrt{3}$

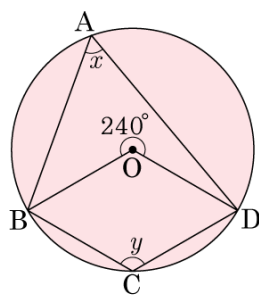


해설

$\angle A = 90^\circ$ 이므로
 $10^2 = x^2 + 4^2, \quad x = 2\sqrt{21}$
따라서 $\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 4 = 4\sqrt{21}$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

- ① 150° ② 160° ③ 170°
④ 180° ⑤ 190°



해설

$$\angle y = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$$

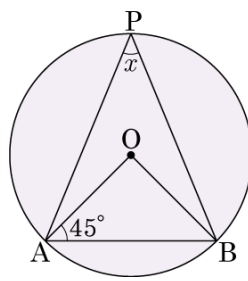
$$\angle BOD = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$$

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\angle OAB = 45^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하면?

- ① 35° ② 40° ③ 45°
 ④ 50° ⑤ 55°

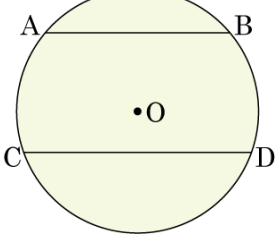


해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle AOB = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$
 $\angle x = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

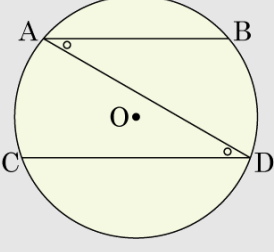
4. 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5\text{ cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 8\text{ cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이는?

- ① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
 ④ 8 cm ⑤ 9 cm



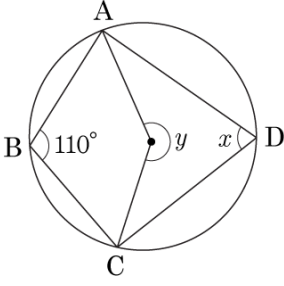
해설

점 A 와 D 를 이으면 $\angle BAD = \angle CDA$ (엇각)
 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각의 크기가 같으므로
 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5(\text{ cm})$



5. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

- ① 270° ② 280° ③ 290°
④ 300° ⑤ 310°



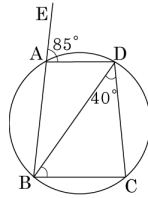
해설

□ABCD에서 $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 이므로
 $\angle x = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

한편, $\widehat{ADC}$ 에 대하여
 $\angle y = 2\angle ABC = 2 \times 110^\circ = 220^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 70^\circ + 220^\circ = 290^\circ$

6. 다음 그림에서 $\angle EAD = 85^\circ$, $\angle BDC = 40^\circ$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기를 구하면?

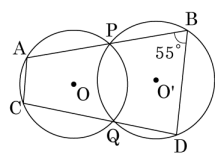


- ① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$\angle EAD = \angle DCB$
 $\therefore \angle DCB = 85^\circ$
 $\therefore \angle DBC = 180^\circ - 40^\circ - 85^\circ = 55^\circ$

7. 다음 그림에서 $\angle DBP = 55^\circ$ 일 때, $\angle CAP$ 의 크기는?

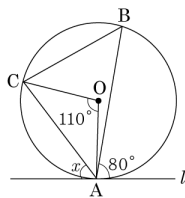


- ① 85° ② 95° ③ 105° ④ 115° ⑤ 125°

해설

$$\begin{aligned}\angle PQC &= \angle PBD = 55^\circ \\ \angle CAP + \angle PQC &= 180^\circ \\ \therefore \angle CAP &= 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ\end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기는?

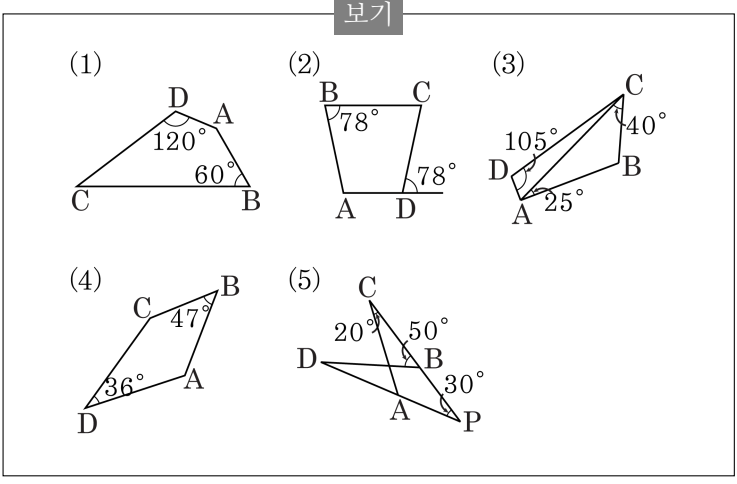


- ① 50° ② 53° ③ 55° ④ 57° ⑤ 59°

해설

$$\begin{aligned}\angle CBA &= 110^\circ \times \frac{1}{2} = 55^\circ \\ \therefore \angle x &= \angle CBA = 55^\circ\end{aligned}$$

9. 다음 보기에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 모두 몇 개인가?



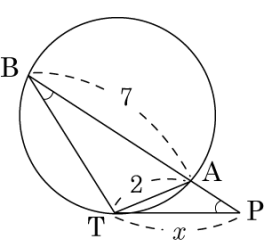
- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

(1) $\angle ABC + \angle ADC = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$
(2) $\angle ADC = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$
 $\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$
(3) $\angle ABC = 180^\circ - 25^\circ - 40^\circ = 115^\circ$
 $\angle ABC + \angle ADC = 115^\circ + 105^\circ = 220^\circ \neq 180^\circ$
(4) $\angle ABC + \angle ADC = 47^\circ + 36^\circ = 83^\circ \neq 180^\circ$
(5) $\angle CBD = \angle CAD = 50^\circ$
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 (1), (2), (5)의 3개이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고,
 $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, PT 의 길
 이는 얼마인가?

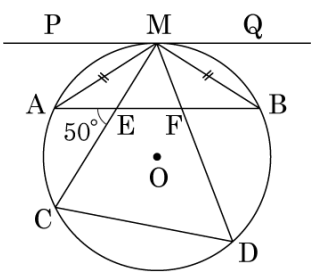
- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$



해설

$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.
 $\overline{PA} = \overline{AT} = 2$, $x^2 = 2 \times 9$
 $x^2 = 18$
 $\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$

11. 다음 그림의 원 O에서 점 M은 호 AB의 중점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 접선이다. $\angle AEC = 50^\circ$ 일 때, $\angle D = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 알맞은 수를 구하여라.



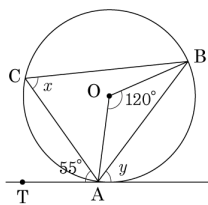
▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$\angle MAE + \angle AME = 50^\circ$
 $\angle MAE = \angle MBE$ ($\because \overline{AM} = \overline{BM}$)
 $\angle MBA = \angle AMP$
 $\therefore \angle PMC = 50^\circ$
 $\angle PMC = \angle D$
 $\therefore \angle D = 50^\circ$

12. 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선일때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 120°

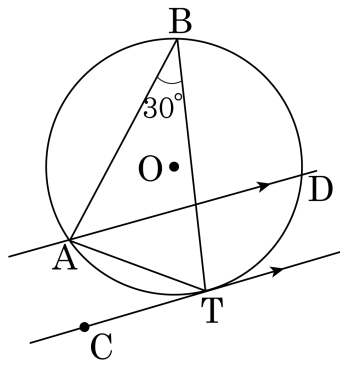
해설

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle x = \angle y = 60^\circ$$

$$\angle x + \angle y = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

13. 다음 그림에서 원 O의 현 AD와 접선 CT는 평행하고 $\angle ABT = 30^\circ$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 30°

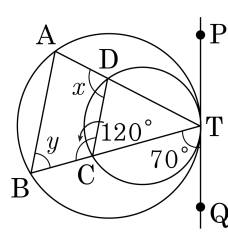
해설

$$\angle ATC = \angle ABT = 30^\circ$$

 $\overline{AD} \parallel \overline{CT}$ 이므로

$$\angle ATC = \angle TAD = 30^\circ (\text{엇각})$$

14. 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원의 공통인 접선이고, 점 T 는 두 원의 공통인 접점이다. $\angle CTQ = 70^\circ$, $\angle BCD = 120^\circ$ 일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 답: 0

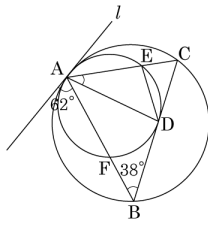
▷ 정답 : $\angle x = 110^\circ$

▷ 정답 : $\angle y = 60^\circ$

해설

$$\begin{aligned}\angle CTQ &= \angle CDT \text{ 이므로} \\ \angle x &= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \\ \angle DTP &= 60^\circ \\ \angle ABC &= \angle DCT \text{ 이므로} \\ \angle ABC &= 60^\circ \\ \angle y &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ\end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기는?



① 36° ② 37° ③ 38° ④ 39° ⑤ 40°

해설

② 37°

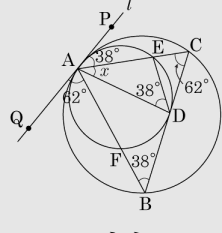
③ 38°

④ 39°

⑤ 40°

해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면
 $\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 38^\circ$, $\angle ACB = \angle QAB = 62^\circ$ 이다.



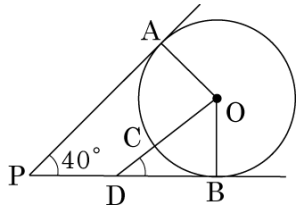
$\triangle ADE$ 에서 $\angle DEC = \angle x + 38^\circ$

$\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로

$\angle EDC = \angle EAD = \angle x$ 이다.

$$\Delta EDC \text{ 에 } \angle x + 38^\circ + \angle x + 62^\circ = 180^\circ$$
$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

16. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다. $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad)^\circ$ 이다. ($\quad$)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

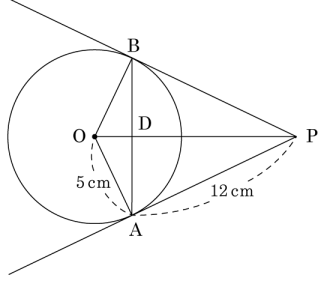
$\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$ 이므로

$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ$ 이다.

$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

17. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. PA = 12cm 일 때, AB 의 길이는?

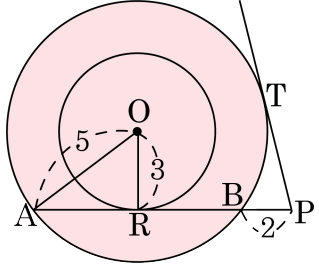


- ① 24cm ② $\frac{192}{2}$ cm ③ $\frac{120}{13}$ cm
 ④ $\frac{124}{5}$ cm ⑤ 25cm

해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13\text{cm}$ 이다.
 또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로
 $\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}\text{cm}$
 따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}\text{cm}$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?

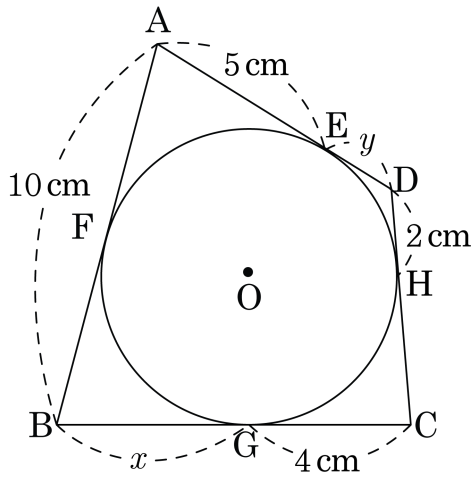


- ① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

$\angle ARO = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{AB} = 2 \times \overline{AR} = 8$
 $\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$

19. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, x , y 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

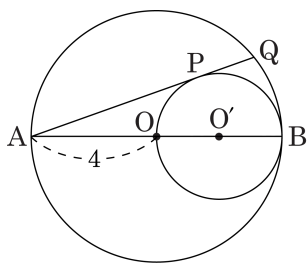
▷ 정답 : $x = 5$ cm

▷ 정답 : $y = 2$ cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
 $\overline{DH} = \overline{ED} = 2(\text{cm})$
 $\overline{BF} = \overline{BG} = 5(\text{cm})$
 $\therefore x = 5(\text{cm}), y = 2(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?



- ①

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- ②

$\frac{4\sqrt{2}}{3}$
- ③

$\frac{8\sqrt{2}}{3}$
- ④

$\frac{12\sqrt{2}}{3}$
- ⑤

$\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$$

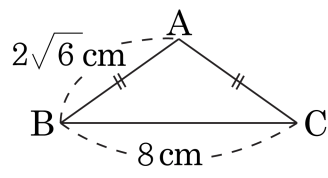
$$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$$

$$\triangle APO' \sim \triangle AQB \text{ 에서}$$

$$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

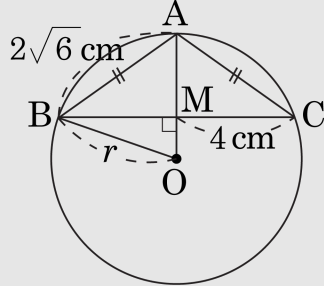
21. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{6}\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설

외접원의 반지름을 r 이라 하자. 원의 중심 O 에서 현 CB 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 그 연장선은 점 A 와 만난다.



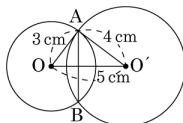
$$\overline{\text{MA}}^2 = (2\sqrt{6})^2 - 4^2 = 8$$

$$\therefore \overline{MA} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}, \overline{OM} = r - 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$r^2 - 4^2 = (r - 2\sqrt{2})^2, \quad 4\sqrt{2}r = 24$$

$$\therefore r = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3cm, 4cm 인 두 원이 두 점 A, B에서 만나고 중심 사이의 거리가 5cm 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답 : 4.8cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OA'}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90^\circ$
 즉, $\triangle OAO'$ 는 직각삼각형이다. $\therefore \angle A = 90^\circ$ 이다.

점 A 에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

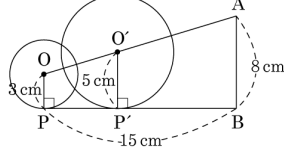
$$\Delta AOO' = \frac{1}{2} \overline{OA} \times \overline{O'A} = \frac{1}{2} \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$\frac{z}{\omega}, \overline{OA} \times \overline{O'A} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$3 \times 4 = 5\overline{AH}, \quad \overline{AH} = 2.4 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 4.8 \text{ (cm)}$$

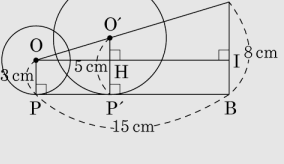
23. 다음 그림과 같이 두 원 O , O' 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 5cm 이고 $\overline{PB} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\angle PBA = 90^\circ$ 일 때, 두 원의 중심 사이의 거리, 즉 $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$ cm

해설



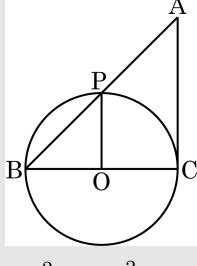
다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overline{OP'}$ 와 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H , I 라 하면
 $\overline{O'H} = 5 - 3 = 2(\text{cm})$, $\overline{AI} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$
 $\overline{OO'} = x(\text{cm})$ 라 하면
 $\overline{OH} = \overline{PP'}$ 이고 $\triangle O'HO$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{OH} = \sqrt{x^2 - 2^2} = \sqrt{x^2 - 4}$
 이 때 $\triangle OHO' \sim \triangle OIA$ (AA닮음) 이므로
 $\overline{PP'} : \overline{PB} = \overline{O'H} : \overline{AI}$ 에서 $\sqrt{x^2 - 4} : 15 = 2 : 5$
 $\therefore x = 2\sqrt{10}$

24. $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC} = 2$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 가 $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 4$ 를 만족하면서 움직일 때, 점 P 가 움직이는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\pi$

해설

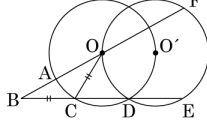


$\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 4 = \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle PBC$ 는 $\angle P \geq 90^\circ$ 인 삼각형이다.

따라서 위의 그림에서 P 가 움직이는 영역의 넓이는 $\triangle PBO +$ (사분원 POC의 넓이)

$$= \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) + \left(\frac{1}{4} \times 1^2 \times \pi\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\pi \text{ 이다.}$$

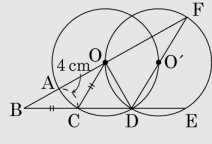
25. 다음 그림과 같이 크기가 같은 두 원 O, O' 이 서로 중심을 지나고 있다.
 $\overline{BC} = \overline{OC}$ 이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4\text{ cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

해설



$\angle AOC = \angle ABC = x$ 라 하면
 $\angle OCD = \angle ODC = 2x$ 이다.
 $\angle FOD$ 는 $\triangle OBD$ 의 외각이므로
 $\angle FOD = 3x$ 이다.

원 O' 에서 $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 중심각 $\angle DO'F = 6x$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 1 : 6$
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 6 \times 4 = 24(\text{ cm})$