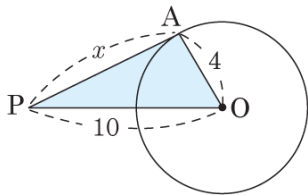


1. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{PA}$ 는 원 O의 접선)



① $5\sqrt{3}$

② $3\sqrt{13}$

③ $4\sqrt{21}$

④ $4\sqrt{23}$

⑤ $9\sqrt{3}$

해설

$\angle A = 90^\circ$ 이므로

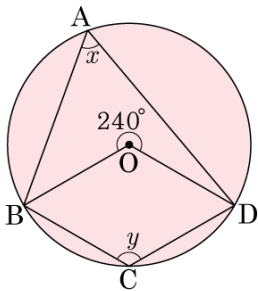
$$10^2 = x^2 + 4^2, \quad x = 2\sqrt{21}$$

따라서 $\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 4 = 4\sqrt{21}$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

① 150° ② 160° ③ 170°

④ 180° ⑤ 190°



해설

$$\angle y = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$$

$$\angle BOD = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$$

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\angle OAB = 45^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하면?

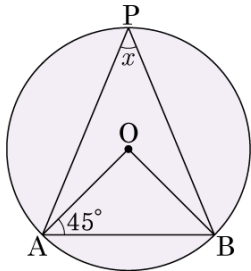
① 35°

② 40°

③ 45°

④ 50°

⑤ 55°



해설

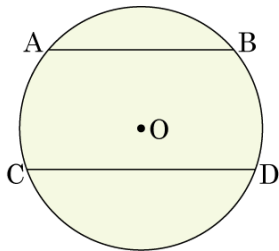
$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle AOB = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$$

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5\text{ cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 8\text{ cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이는?

- ① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

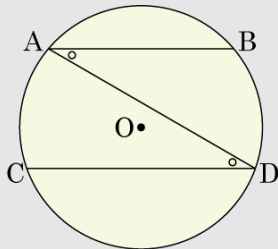


해설

점 A 와 D 를 이으면 $\angle BAD = \angle CDA$ (엇각)

$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각의 크기가 같으므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5(\text{cm})$$



5. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

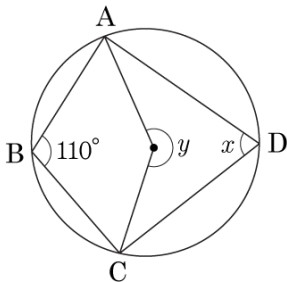
① 270°

② 280°

③ 290°

④ 300°

⑤ 310°



해설

□ABCD에서 $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 이므로

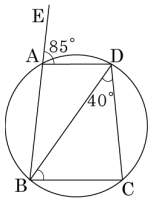
$$\angle x = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

한편, $\widehat{ADC}$ 에 대하여

$$\angle y = 2\angle ABC = 2 \times 110^\circ = 220^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 70^\circ + 220^\circ = 290^\circ$$

6. 다음 그림에서 $\angle EAD = 85^\circ$, $\angle BDC = 40^\circ$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기를 구하면?



① 50°

② 55°

③ 60°

④ 65°

⑤ 70°

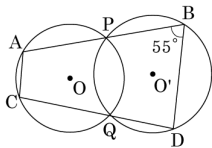
해설

$$\angle EAD = \angle DCB$$

$$\therefore \angle DCB = 85^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = 180^\circ - 40^\circ - 85^\circ = 55^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\angle DBP = 55^\circ$ 일 때, $\angle CAP$ 의 크기는?



① 85°

② 95°

③ 105°

④ 115°

⑤ 125°

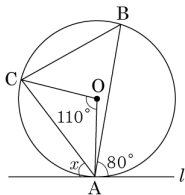
해설

$$\angle PQC = \angle PBD = 55^\circ$$

$$\angle CAP + \angle PQC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAP = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

8. 다음 그림에서 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 50°

② 53°

③ 55°

④ 57°

⑤ 59°

해설

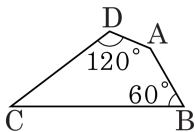
$$\angle CBA = 110^\circ \times \frac{1}{2} = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle CBA = 55^\circ$$

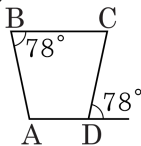
9. 다음 보기에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 모두 몇 개인가?

보기

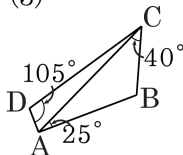
(1)



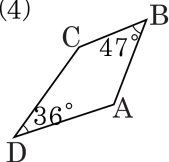
(2)



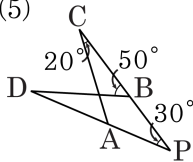
(3)



(4)



(5)



① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$(1) \angle ABC + \angle ADC = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$(2) \angle ADC = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$(3) \angle ABC = 180^\circ - 25^\circ - 40^\circ = 115^\circ$$

$$\angle ABC + \angle ADC = 115^\circ + 105^\circ = 220^\circ \neq 180^\circ$$

$$(4) \angle ABC + \angle ADC = 47^\circ + 36^\circ = 83^\circ \neq 180^\circ$$

$$(5) \angle CBD = \angle CAD = 50^\circ$$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 (1), (2), (5)의 3개이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고,
 $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길
 이는 얼마인가?

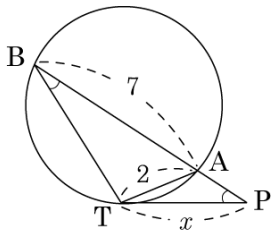
① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$



해설

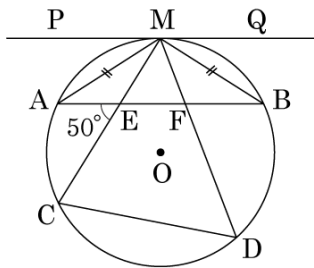
$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{PA} = \overline{AT} = 2, \quad x^2 = 2 \times 9$$

$$x^2 = 18$$

$$\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$$

11. 다음 그림의 원 O에서 점 M은 호 AB의 중점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 접선이다. $\angle AEC = 50^\circ$ 일 때, $\angle D = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\angle MAE + \angle AME = 50^\circ$$

$$\angle MAE = \angle MBE \quad (\because \overline{AM} = \overline{BM})$$

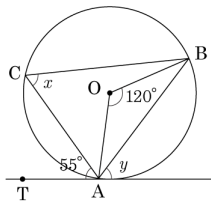
$$\angle MBA = \angle AMP$$

$$\therefore \angle PMC = 50^\circ$$

$$\angle PMC = \angle D$$

$$\therefore \angle D = 50^\circ$$

12. 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선일때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



답 :

 °



정답 : 120°

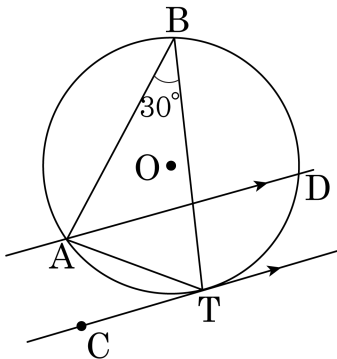
해설

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle x = \angle y = 60^\circ$$

$$\angle x + \angle y = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

13. 다음 그림에서 원 O의 현 AD와 접선 CT는 평행하고 $\angle ABT = 30^\circ$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—°

▷ 정답 : 30—

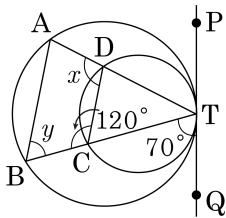
해설

$$\angle ATC = \angle ABT = 30^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{CT}$ 이므로

$$\angle ATC = \angle TAD = 30^\circ (\text{엇각})$$

14. 다음 그림에서 직선 PQ는 두 원의 공통인 접선이고, 점 T는 두 원의 공통인 접점이다. $\angle CTQ = 70^\circ$, $\angle BCD = 120^\circ$ 일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▷ 정답 : $\angle x = 110^\circ$

▷ 정답 : $\angle y = 60^\circ$

해설

$\angle CTQ = \angle CDT$ 이므로

$$\angle x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

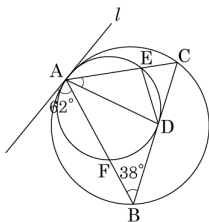
$$\angle DTP = 60^\circ$$

$\angle ABC = \angle DCT$ 이므로

$$\angle ABC = 60^\circ$$

$$\angle y = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

15. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기는?



① 36°

② 37°

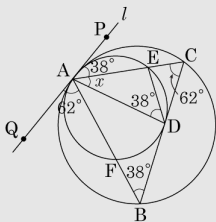
③ 38°

④ 39°

⑤ 40°

해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면
 $\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 38^\circ$, $\angle ACB = \angle QAB = 62^\circ$ 이다.



$\triangle ADE$ 에서 $\angle DEC = \angle x + 38^\circ$

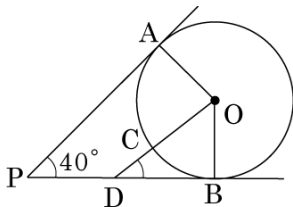
$\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로

$\angle EDC = \angle EAD = \angle x$ 이다.

$\triangle EDC$ 에서 $\angle x + 38^\circ + \angle x + 62^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 40^\circ$

16. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는
 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다.
 5.0pt $\widehat{AC} : 5.0pt \widehat{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를
 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을
 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad)^\circ$ 이다.
 ()안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

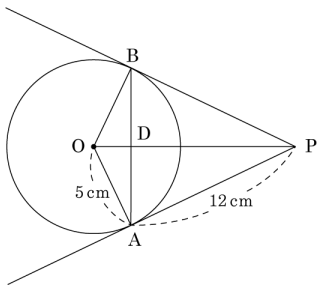
$\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

5.0pt $\widehat{AC} : 5.0pt \widehat{CB} = 3 : 2$ 이므로

$$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ \text{ 이다.}$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$$

17. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{PA} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



- ① 24cm ② $\frac{192}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{120}{13}\text{cm}$
 ④ $\frac{124}{5}\text{cm}$ ⑤ 25cm

해설

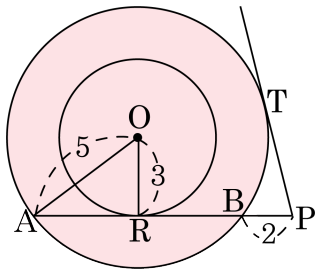
삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13\text{cm}$ 이다.

또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}\text{cm}$$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}\text{cm}$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① $\sqrt{5}$

② 3

③ 4

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 5

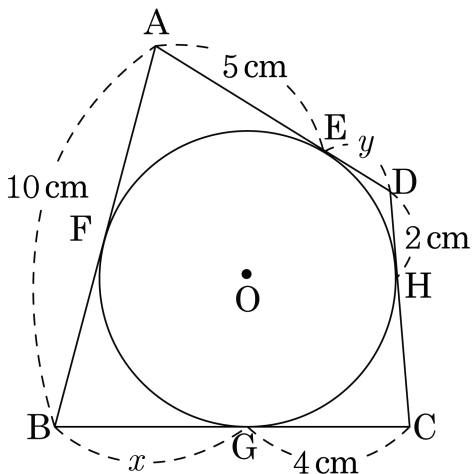
해설

$\angle ARO = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4, \overline{AB} = 2 \times \overline{AR} = 8$$

$$\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$$

19. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접할 때, x, y 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $x = 5$ cm

▷ 정답 : $y = 2$ cm

해설

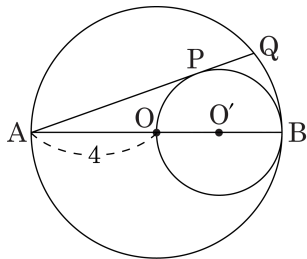
$$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = \overline{DE} = 2(\text{cm})$$

$$\overline{BF} = \overline{BG} = 5(\text{cm})$$

$$\therefore x = 5(\text{cm}), y = 2(\text{cm})$$

20. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?



- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$$

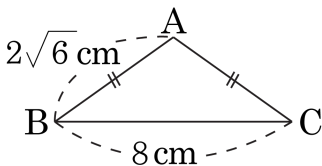
$$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$$

$\triangle APO' \sim \triangle AQB$ 에서

$$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

21. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{6}\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

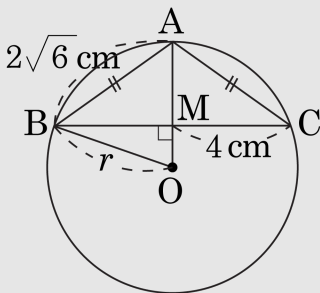


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설

외접원의 반지름을 r 이라 하자. 원의 중심 O 에서 현 BC 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 그 연장선은 점 A 와 만난다.



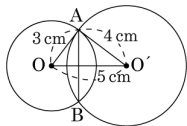
$$\overline{MA}^2 = (2\sqrt{6})^2 - 4^2 = 8$$

$$\therefore \overline{MA} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{OM} = r - 2\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$r^2 - 4^2 = (r - 2\sqrt{2})^2, 4\sqrt{2}r = 24$$

$$\therefore r = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3cm, 4cm 인 두 원이 두 점 A, B에서 만나고 중심 사이의 거리가 5cm 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4.8 cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{O'A}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90^\circ$

점 A 에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

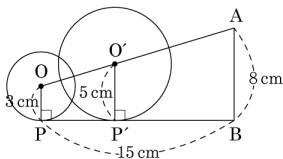
$$\triangle AOO' = \frac{1}{2} \overline{OA} \times \overline{O'A} = \frac{1}{2} \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$\text{즉, } \overline{OA} \times \overline{O'A} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$3 \times 4 = 5 \overline{AH}, \quad \overline{AH} = 2.4 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2 \overline{AH} = 4.8 \text{ (cm)}$$

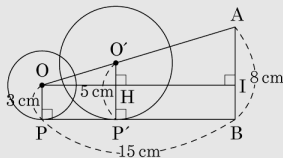
23. 다음 그림과 같이 두 원 O , O' 의 반지름의 길이가 각각 3cm , 5cm 이고 $\overline{PB} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\angle PBA = 90^\circ$ 일 때, 두 원의 중심 사이의 거리, 즉 $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$ cm

해설



다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overline{O'P'}$ 와 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H , I 라 하면

$$\overline{OH} = 5 - 3 = 2(\text{cm}), \quad \overline{AI} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$$

$\overline{OO'} = x(\text{cm})$ 라 하면

$\overline{OH} = \overline{P'I}$ 이고 $\triangle O'HO$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{OH} = \sqrt{x^2 - 2^2} = \sqrt{x^2 - 4}$$

이 때 $\triangle OHO' \sim \triangle OIA$ (AA닮음) 이므로

$$\overline{P'I} : \overline{PB} = \overline{OH} : \overline{AI} \text{ 에서 } \sqrt{x^2 - 4} : 15 = 2 : 5$$

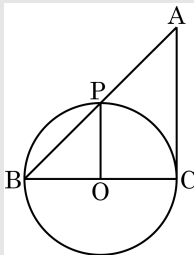
$$\therefore x = 2\sqrt{10}$$

24. $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC} = 2$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 가 $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 4$ 를 만족하면서 움직일 때, 점 P 가 움직이는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\pi$

해설

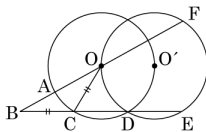


$\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 4 = \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle PBC$ 는 $\angle P \geq 90^\circ$ 인 삼각형이다.

따라서 위의 그림에서 P 가 움직이는 영역의 넓이는 $\triangle PBO$ + (사분원 POC의 넓이)

$$= \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) + \left(\frac{1}{4} \times 1^2 \times \pi \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\pi \text{ 이다.}$$

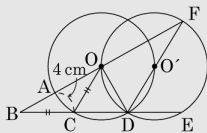
25. 다음 그림과 같이 크기가 같은 두 원 O, O' 이 서로 중심을 지나고 있다.
 $\overline{BC} = \overline{OC}$ 이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4\text{cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 24cm

해설



$\angle AOC = \angle ABC = x$ 라 하면

$\angle OCD = \angle ODC = 2x$ 이다.

$\angle FOD$ 는 $\triangle OBD$ 의 외각이므로

$\angle FOD = 3x$ 이다.

원 O' 에서 $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 중심각 $\angle DO'F = 6x$ 이다.

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 1 : 6$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 6 \times 4 = 24(\text{cm})$$