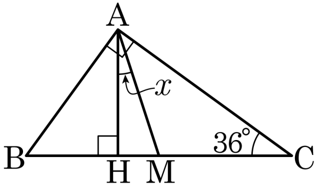
1. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.

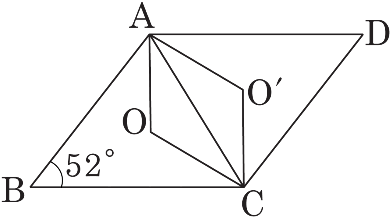
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡

$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$

따라서 $x = 18°$ 이다.

2. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?



① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$
이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$
따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

3. $\triangle ABC$ 의 내접원의 지름의 길이가 18 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 63 일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이를 구하면?

① 12　② 13　③ 14　④ 15　⑤ 16

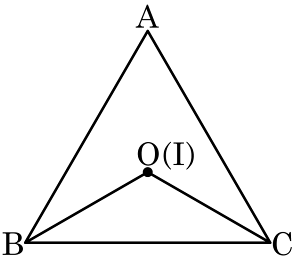
해설

지름이 18 이므로 반지름의 길이는 9 이다.

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 9 \times (\triangle ABC\text{의 둘레의 길이}) = 63$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 14 이다.

4. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$

② $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ $\angle BOC = 120°$

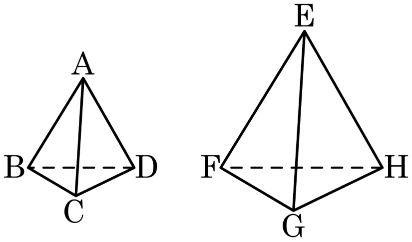
④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
$\angle BAC = 60°$ 이다.
따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

5. 다음 그림과 같은 두 닮은 삼각뿔에서 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ACD \backsim \triangle EGH$

② $\triangle BCD \backsim \triangle FGH$

③ $\angle ABC = \angle EFG$

④ $\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{CD} : \overline{GH}$

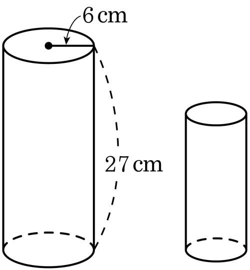
⑤ $\triangle ABD = \triangle EFH$

해설

두 닮은 입체도형에서 대응하는 면은 서로 닮음이고 대응하는 모서리의 비는 일정하다.

⑤ 닮음인 도형의 넓이는 닮음비에 따라 다르다.

6. 다음 그림에서 작은 원기둥은 큰 원기둥을 $\frac{2}{3}$ 로 축소한 것이다. 작은 원기둥의 옆면의 넓이는?



① $108\pi\text{cm}^2$ ② $124\pi\text{cm}^2$

③ $144\pi\text{cm}^2$ ④ $156\pi\text{cm}^2$

⑤ $164\pi\text{cm}^2$

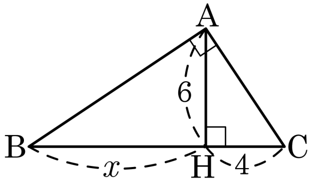
해설

작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면

$r = 6 \times \frac{2}{3} = 4(\text{cm})$, $h = 27 \times \frac{2}{3} = 18(\text{cm})$

(옆면의 넓이)$= 2\pi rh = 144\pi(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림은 $\angle A$가 직각인 $\triangle ABC$에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, x의 값은?



① 15　　② 13　　③ 12　　④ 10　　⑤ 9

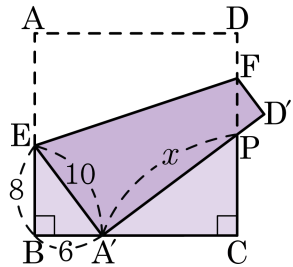
해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$

$36 = 4x$

$\therefore\ x = 9$

8. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 A′ 에 오도록 접었을 때, x 의 값은?



① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

i) $\overline{EA'} = \overline{EA} = 10$ 이므로 $\overline{AB} = 10+8 = 18$ 이 되어 □ABCD 는 한 변의 길이가 18 인 정사각형이 된다.
$\overline{A'C} = 18 - 6 = 12$

ii) $\angle BEA' + \angle BA'E = \angle BA'E + \angle PA'C = 90°$ 이므로 $\angle BEA' = \angle PA'C$ ⋯㉠
$\angle B = \angle C = 90°$ ⋯㉡

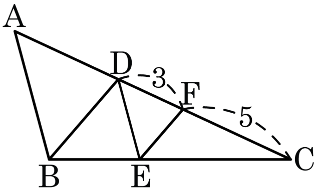
㉠, ㉡에 의해 $\triangle EBA' \backsim \triangle A'CP$

따라서 $\overline{EB} : \overline{A'C} = \overline{EA'} : \overline{A'P}$

$8 : 12 = 10 : x$

$\therefore\ x = 15$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{DE}$, $\overline{DB} // \overline{FE}$ 이다. $\overline{CF} : \overline{FD} = 5 : 3$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{DE}$ 를 구하면?

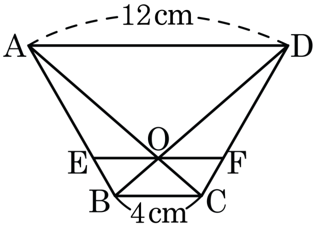


① 5 : 3　　② 8 : 3　　③ 8 : 5　　④ 13 : 5　　⑤ 13 : 8

해설

$\overline{CF} : \overline{FD} = 5 : 3$ 이므로 $\overline{FE} : \overline{DB} = 5 : 8$ 이고
$\overline{CE} : \overline{CB} = \overline{CD} : \overline{CA} = \overline{DE} : \overline{AB} = 5 : 8$ 이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{DE} = 8 : 5$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 을 지나고 $\overline{BC}$ 와 평행한 선분 EF 에 대하여 선분 EF 의 길이는?

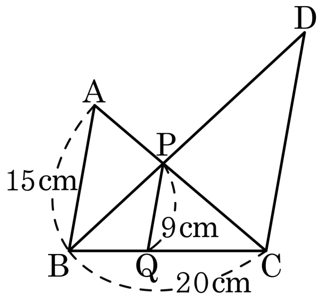


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle AEO$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비가 $3:4$ 이므로 $\overline{EO} = 3$ 이다.
$\triangle DOF$ 와 $\triangle DBC$ 의 닮음비도 $3:4$ 이므로 $\overline{OF} = 3$ 이다. 따라서 $\overline{EF} = 6$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{PQ} /\!/ \overline{DC}$ 이고 $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{PQ} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\overline{DC} + \overline{BQ}$ 의 길이는?



① 5　　② 8　　③ $\frac{45}{2}$　　④ $\frac{53}{2}$　　⑤ $\frac{61}{2}$

해설

i) $\overline{AB} : \overline{PQ} = 5 : 3$ 이므로

$\overline{BC} : \overline{QC} = 5 : 3 = 20 : 12$

$\overline{BQ} = \overline{BC} - \overline{QC} = 20 - 12 = 8$ 이다.

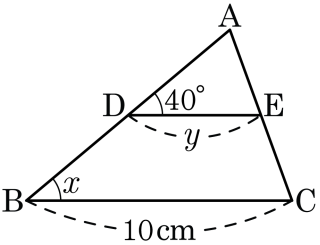
ii) $\overline{BQ} : \overline{BC} = 8 : 20 = 2 : 5$ 이므로

$\overline{PQ} : \overline{CD} = 9 : x = 2 : 5$

$\overline{CD} = \frac{45}{2}\text{cm}$ 이다.

따라서 $\overline{DC} + \overline{BQ} = \frac{45}{2} + 8 = \frac{61}{2}(\text{cm})$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 가 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, x, y 의 값은?



① $\angle x = 30°,\ y = 5\text{cm}$

② $\angle x = 35°,\ y = 7\text{cm}$

③ $\angle x = 40°,\ y = 7\text{cm}$

④ $\angle x = 40°,\ y = 5\text{cm}$

⑤ $\angle x = 45°,\ y = 7\text{cm}$

해설

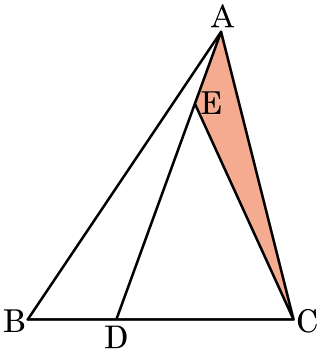
$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 2$

$\angle A$ 공통이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ 이다.

$\angle x = \angle ADE = 40°$ 이고 점 D, E 는 각 변의 중점이므로 $y = \dfrac{1}{2} \times 10 = 5$

13. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $240\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$, $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 3$ 일 때, $\triangle AEC$ 의 넓이를 구하면?



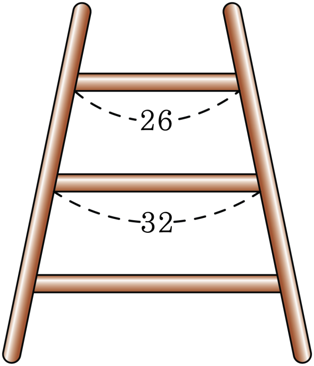
① $30\,\mathrm{cm}^2$　② $36\,\mathrm{cm}^2$　③ $40\,\mathrm{cm}^2$

④ $42\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $46\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle AEC &= \frac{1}{4} \times \triangle ADC \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times \triangle ABC \\ &= \frac{1}{6} \times \triangle ABC \\ &= \frac{1}{6} \times 240 = 40(\,\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

14. 일정한 간격으로 다리가 놓여 있는 사다리에서 길이가 32 인 것 밑에 한 개가 파손되어 새로 만들어야 한다. 새로 놓을 다리의 길이는?

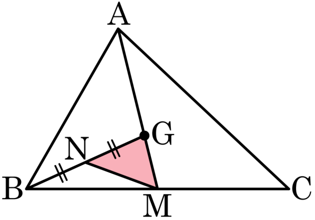


① 34 ② 36 ③ 38 ④ 40 ⑤ 42

해설

일정한 간격으로 다리가 놓여 있으므로 길이가 26 인 것과 32 인 것 사이의 거리와 32 인 것과 새로 만들 다리의 거리가 같아야 한다. 사다리꼴의 중점연결 정리에 따라 새로 놓을 다리의 길이를 x 라고 하면 $32 = \frac{1}{2}(x + 26)$ 이다. 따라서 $x = 38$ 이다.

15. 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\triangle GMN = 3$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?

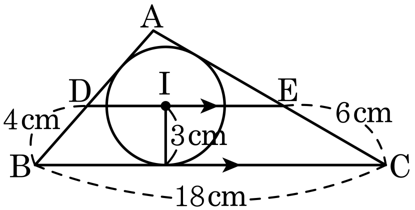


① 18 ② 24 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= 2\triangle ABM = 2\times 3\times \triangle GBM \\ &= 2\times 3\times 2\times \triangle GMN \\ &= 2\times 3\times 2\times 3 = 36\end{aligned}$$

16. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $42\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\quad \therefore \ \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.

사각형 DBCE 에서 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 세 변의 길이가 12cm , 15cm , 24cm 인 삼각형이 있다. 한 변의 길이가 4cm 이고 이 삼각형과 닮음인 삼각형 중에서 가장 작은 삼각형의 가장 긴 변의 길이를 $a$cm, 가장 큰 삼각형의 가장 짧은 변의 길이를 $b$cm 라고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

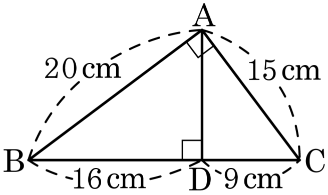
해설

주어진 삼각형의 변의 길이의 비는 $12:15:24=4:5:8$이고 한 변의 길이가 4cm 인 삼각형을 만들면 3 가지 경우가 나온다.

가장 작은 삼각형의 세 변의 길이는 $2:\frac{5}{2}:4$이고, 가장 큰 삼각형의 세 변의 길이는 $4:5:8$이다.

따라서 $a=4$, $b=4$ 이므로 $a+b$ 의 값은 8 이다.

18. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 5$

$\angle ABD = \angle CBA$

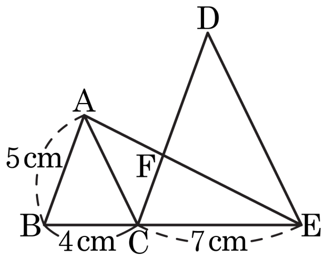
$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (SAS 닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$

$4 : 5 = \overline{AD} : 15$

$5\overline{AD} = 60$, $\overline{AD} = 12(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이고, 점 C는 $\overline{BE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\dfrac{245}{44}$ cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이므로 $\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{CE}$

$5 : \overline{DC} = 4 : 7$이므로 $\overline{DC} = \dfrac{35}{4}$

$\triangle EAB$와 $\triangle EFC$에서 $\angle E$는 공통, $\angle B = \angle FCE$($\because$ $\triangle ABC \backsim \triangle DCE$)이므로 $\triangle EAB \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)

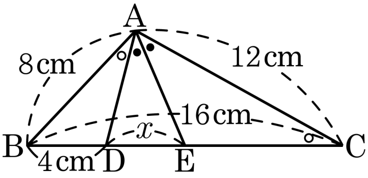
$\overline{EB} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{FC}$이므로

$11 : 7 = 5 : \overline{CF}$

$\overline{CF} = \dfrac{35}{11}$

따라서 $\overline{DF} = \dfrac{35}{4} - \dfrac{35}{11} = \dfrac{245}{44}$(cm)이다.

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



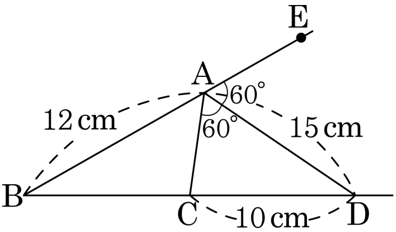
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BAD = \angle BCA$ $\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 에서 $8 : 16 = \overline{AD} : 12$
$\therefore \overline{AD} = 6(\text{ cm})$
$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle CAD$ 의 이등분선이므로 $6 : 12 = x : (12 - x)$
$\therefore x = 4(\text{ cm})$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{CD} = 10cm$, $\overline{AD} = 15cm$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



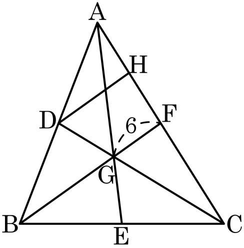
① 6cm ② 5cm ③ $\frac{24}{5}$cm

④ $\frac{15}{4}$cm ⑤ $\frac{20}{3}$cm

해설

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로
$12 : 15 = \overline{BC} : 10$
$\therefore \overline{BC} = 8(\text{cm})$
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $12 : \overline{AC} = 18 : 10$
따라서 $\overline{AC} = \frac{20}{3}$ cm이다.

22. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, 점 H 는 $\overline{AF}$ 의 중점이다. $\overline{GF}=6$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하면?



① 9 ② 10 ③ 11

④ 12 ⑤ 13

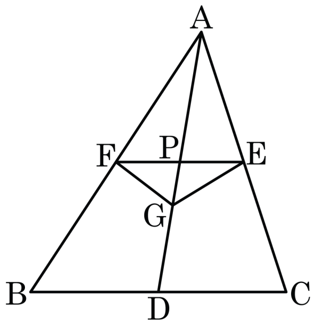
해설

$\triangle ABF$ 에서

$\overline{BG}:\overline{GF}=2:1, \overline{BG}=12$,

$\overline{DH}=\dfrac{1}{2}\times 18=9$

23. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. 점 F, E 는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고 $\overline{AP} = \overline{DP}$ 이고 $\triangle ABC = 18\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle FGE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

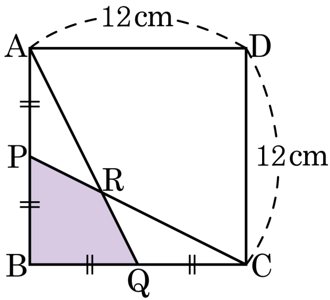
▷ 정답 : $\frac{3}{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AP} : \overline{PG} : \overline{GD} = 3 : 1 : 2$

$$\triangle FGE = \frac{1}{4}\square AFGE$$
$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{12} \times 18 = \frac{3}{2}(\text{cm}^2)$$

24. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 두 변 AB, BC 의 중점을 각각 P ,Q 라 하고 $\overline{AQ}$ 와 $\overline{PC}$ 의 교점을 R 라 할 때, □PBQR 의 넓이는?



① 20cm^2　② 22cm^2　③ 24cm^2　④ 26cm^2　⑤ 28cm^2

해설

$\triangle$ABC 에서, 점 R 은 두 중선의 교점이므로 점 R은 $\triangle$ABC 의 무게중심이므로 $\overline{CR} : \overline{RP} = 2 : 1$

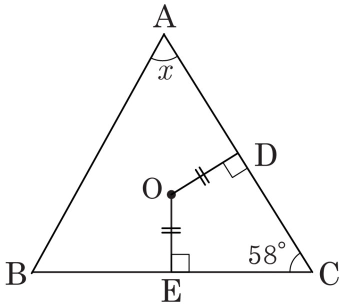
$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36(\text{cm}^2)$

$\triangle RBC = \frac{2}{3} \times 36 = 24(\text{cm}^2)$

$\triangle RQC = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$

$\therefore$ □PBQR $= \triangle PBC - \triangle RQC = 36 - 12 = 24(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같이 원 O는 $\triangle ABC$의 외접원이다. 점 O에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때, $\overline{OD} = \overline{OE}$이다. 이 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

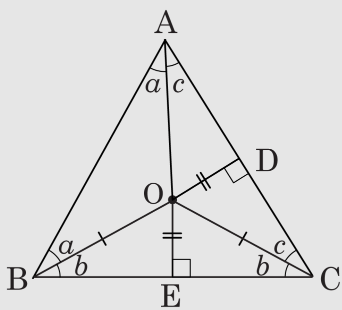


▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 61 °

해설

다음 그림과 같이 점 O가 외심이므로
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이고,
$\angle OAB = \angle OBA = \angle a$, $\angle OBC = \angle OCB = \angle b$, $\angle OCA = \angle OAC = \angle c$라 하면
$\triangle ABC$에서 $\angle a + \angle b + \angle c = 90°$
$\angle b + \angle c = 58°$이므로 $\angle a = 32°$



$\triangle OCD \equiv \triangle OCE$ (RHS 합동)이므로 $\angle b = \angle c$
$\angle b + \angle c = 58°$이므로 $\angle b = \angle c = 29°$
$\therefore \angle x = \angle a + \angle c = 32° + 29° = 61°$