

1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned} \therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \dots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12} \end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

2. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 합성수는 약수의 개수가 3 개이다.
- ② 짝수인 소수가 있다.
- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 의 배수는 모두 합성수이다.
- ⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

- ① 합성수의 약수의 개수는 3 개 이상이다.
- ④ 2 의 배수 중에 2 는 소수이다.
- ⑤ 짝수인 2 도 소수이다.

3. 264의 소인수를 바르게 구한 것은?

㉠ 2, 3, 11

㉡ 1, 2, 3, 11

㉢ 2^2 , 11

㉣ 2^3 , 3, 11

㉤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

4. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

5. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

6. 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $7 \times a + 4 = 130$, $7 \times a = 126$ 이므로 $a = 18$ 이다.

7. 다음 중 12의 약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$

③ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$

④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$, ④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$

9. 다음 중 소수인 것은 모두 몇 개인가?

13 32 57 83 97 171

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

소수인 것은 13, 83, 97 이다. 따라서 3 개이다.

10. 72 를 소인수분해하면 $a^3 \times b^2$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

따라서 $a = 2, b = 3$
 $a + b = 5$

11. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a+b+c) \times (x+y+z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$

$\therefore (a+b+c) \times (x+y+z) = (2+3+5) \times (3+1+2) = 10 \times 6 = 60$

12. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.

즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

13. 어떤 수를 15로 나누면 7이 남는 수 중 100에 가장 가까운 수는?

- ① 90 ② 92 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 15 \times k + 7$ 이다.
 $k = 6$ 일 때, $x = 15 \times 6 + 7 = 97$ 이고 $k = 7$ 일 때, $x = 15 \times 7 + 7 = 112$ 이다.
따라서 100에 가장 가까운 수는 97이다.

15. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$, $11 \times 28 = 308$ 이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

17. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

18. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{)600}$$

$$2 \overline{)300}$$

$$2 \overline{)150}$$

$$3 \overline{)75}$$

$$5 \overline{)25}$$

$$5$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

19. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$
이고, 두 번째 작은 자연수는
 $5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

20. 1200 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b - a^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}1200 \div a &= b^2 \text{ 에서} \\1200 &= 2^4 \times 3 \times 5^2 \\a &= 3 \\2^4 \times 3 \times 5^2 \div 3 &= b^2 \\2^4 \times 5^2 &= b^2 \\b &= 2^2 \times 5 = 20 \\b - a^2 &= 20 - 3^2 = 11\end{aligned}$$

21. $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 108

해설

5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이고, 3×7 의 약수는 1, 3, 7, 3×7 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

\times	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 5 = 5$	$1 \times 5^2 = 25$
3	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 5^2 = 75$
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 5^2 = 175$
3×7	$3 \times 7 \times 1 = 21$	$3 \times 7 \times 5 = 105$	$3 \times 7 \times 5^2 = 525$

즉, 1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525

따라서 $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a = 3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이므로 $a + b = 3 + 105 = 108$ 이다.

22. 자연수 $2^3 \times 5 \times 7$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 70

해설

$2^3 \times 5 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 \times 7 = 140$, 세 번째로 큰 수는 $2 \times 5 \times 7 = 70$ 이므로, $a - b = 140 - 70 = 70$ 이다.

23. 180의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180의 약수의 개수 :

$$(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

24. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 \square 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

25. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로 200 이하인 소수의 완전제곱수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.