1. 다음은 평행사변형이 직사각형이 되는 것에 대한 이야기이다. 바르게 말한 학생은?

① 관식 : 평행사변형에서 각 대각선이 서로 다른 대각선을 이등분하면 직사각형이야.

② 관희 : 평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 직사각형이야.

③ 민희 : 평행사변형의 두 내각의 크기의 합은 180° 일 때 직사각형이야.

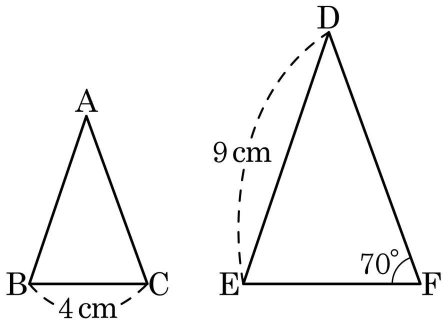
④ 진수 : 평행사변형에서 두 대각선의 길이가 같거나, 한 내각의 크기가 90° 이면 직사각형이야.

⑤ 정민 : 평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 직사각형이야.

해설

평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.
따라서 진수가 바르게 말했다.

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이고, 닮음비가 $2:3$ 일 때, 보기에서 옳은 것을 골라라.



보기

㉠ $\angle C = 70°$　　㉡ $\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 9$

㉢ $\angle A : \angle D = 2 : 3$

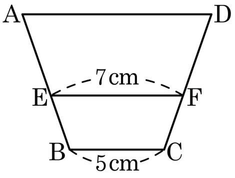
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle c$ 의 크기는 대응각 $\angle F$ 와 같이 $70°$ 이다. (○)
㉡ 닮음 도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 닮음비와 같다. 따라서 $\overline{BC} : \overline{EF} = 2 : 3$ 이 된다.(×)
㉢ 닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같다. 따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.(×)

3. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{BE} : \overline{EA} = 2 : 3$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



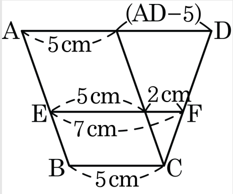
① 10cm ② 12cm ③ 14cm

④ 16cm ⑤ 18cm

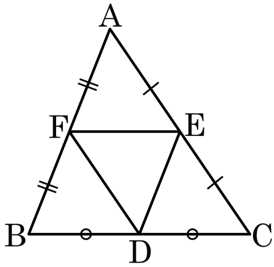
해설

위 그림처럼 $\overline{AB}$에 평행한 선을 그어보면

$\overline{BE} : \overline{EA} = 2 : 3$이므로 $2 : 5 = (7-5) : (\overline{AD} - 5)$이다. 따라서 $\overline{AD} = 10\text{cm}$



4. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ 의 중점일 때, 보기에서 옳지 않은 것을 골라라.



보기

㉠ $\overline{DF} \,//\, \overline{AC}$

㉡ $\overline{DE} = \overline{AF}$

㉢ $\overline{DF} = \overline{EF}$

㉣ $\angle AEF = \angle C$

㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\overline{AF} = \overline{FB}$ 이므로 $\overline{DF} \,//\, \overline{AC}$ 이다.

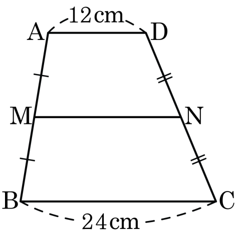
㉡ 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ 이다. 따라서 $\overline{DE} = \overline{AF}$ 이다.

㉢ 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \overline{AE}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{DF} \neq \overline{EF}$ 이다.

㉣ $\overline{AF} = \overline{FB}$ 이므로 $\overline{EF} \,//\, \overline{BC}$ 이고, $\angle AEF$ 와 $\angle C$ 는 서로 동위각이므로 각의 크기가 같다.

㉤ 세 쌍의 대응변의 길이가 모두 $1 : 2$ 이므로 삼각형의 닮음조건을 만족한다.
따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$이고, 점 M, N은 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$의 중점이다. $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$이고, $\overline{BC} = 24\,\text{cm}$일 때, $\overline{MN}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}(12 + 24) = 18(\text{ cm})$$

6. 축척이 1 : 25000 인 지도에서 1.2cm 인 두 지점은 실제로 몇 m 로 나타나는지 구하여라.

▶ **답 :** ______ m

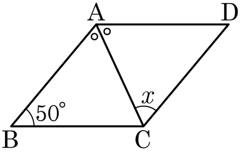
▷ **정답 :** 300 m

해설

$1 : 25000 = 1.2 : x$

$\therefore \; x = 30000\text{cm} = 300\text{m}$

7. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다.
( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



① 60 ② 65 ③ 70

④ 75 ⑤ 80

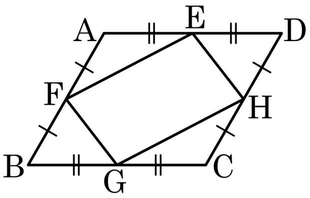
해설

$\angle x = \dfrac{1}{2}\angle \mathrm{A}$ (엇각)

$\angle \mathrm{A} = 130^\circ$

$\therefore \angle x = 65^\circ$

8. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AFE \equiv \triangle CHG$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{EF} = \overline{GH}$

$\triangle BGF \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{FG} = \overline{HE}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$이다.

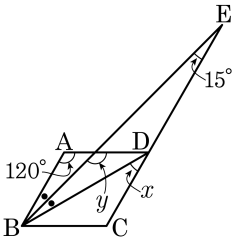
① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

9. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DB}}$ 를 긋고 $\angle\mathrm{ABD}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

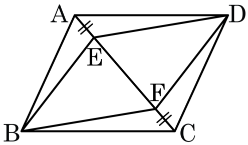


① $145\,°$ ② $150\,°$ ③ $155\,°$ ④ $160\,°$ ⑤ $165\,°$

해설

$\angle\mathrm{BED} = 15\,°$ 이므로 $\angle y = 120\,° + 15\,° = 135\,°$ 이고 $\angle x = 15\,° \times 2 = 30\,°$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 30\,° + 135\,° = 165\,°$ 이다.

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, $\overline{BE}$ 와 같은 길이를 가지는 변은?



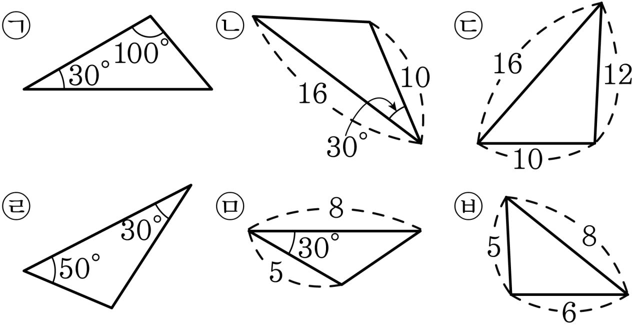
① $\overline{AB}$ ② $\overline{BF}$ ③ $\overline{FD}$ ④ $\overline{FC}$ ⑤ $\overline{AD}$

해설

$\triangle ABE$, $\triangle CDF$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$, $\angle BAE = \angle FCD$ 이므로 SAS 합동이다.

따라서 $\overline{EB} = \overline{FD}$ 이다.

11. 다음 삼각형 중에서 닮은 도형끼리 짝지은 것은 ?



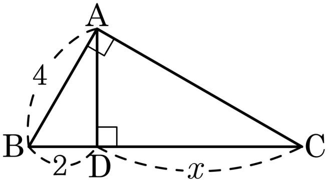
① ㉠과 ㉣　　② ㉡과 ㉣　　③ ㉢과 ㉤

④ ㉣과 ㉤　　⑤ ㉤과 ㉥

해설

① ㉠과 ㉣에서 각의 크기가 각각 $100°, 30°, 50°$ 이므로 대응하는 각의 크기가 각각 같은 AA 닮음이다.

12. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?



① 6　② 5　③ 4.8　④ 4.5　⑤ 4

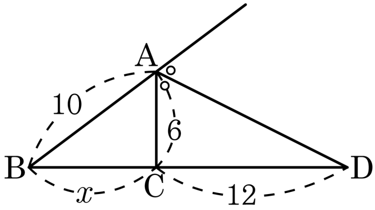
해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

$16 = 2(2+x)$

$2x = 12, x = 6$

13. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 D 라 할 때, x 의 값은?



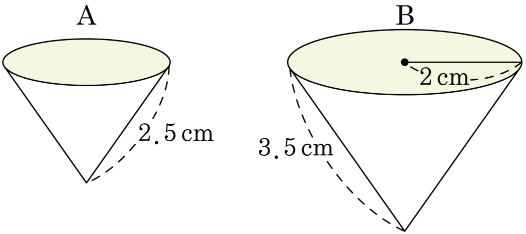
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 20

해설

$10 : 6 = (x + 12) : 12$

$\therefore \; x = 8$

14. 다음 두 입체도형 A, B가 서로 닮은 도형일 때, 입체도형 A의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{20}{7}\pi$

해설

두 원뿔 A, B의 닮음비가 $2.5 : 3.5 = 5 : 7$이므로

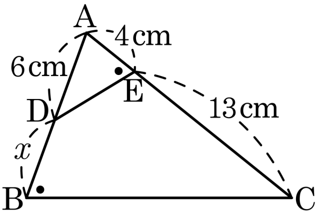
원뿔 A의 밑면의 둘레의 길이를 l이라 하면

$l : (2\pi \times 2) = 5 : 7$

$7l = 20\pi$

$\therefore\ l = \frac{20}{7}\pi$

15. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle AED$ 일 때, x 의 길이는 ?



① 2 cm
② $\dfrac{16}{3}$ cm
③ 7 cm
④ $\dfrac{17}{2}$ cm
⑤ 10cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)

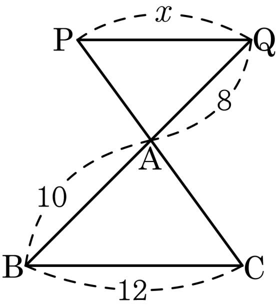
$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$,

$(x+6) : 4 = 17 : 6$

$6x + 36 = 68$, $6x = 32$

$x = \dfrac{16}{3}$(cm)

16. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PQ}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AQ}} = 8$, $\overline{\mathrm{AB}} = 10$, $\overline{\mathrm{BC}} = 12$ 일 때, x 의 값은?



① 6 ② 8 ③ 9 ④ 9.6 ⑤ 15

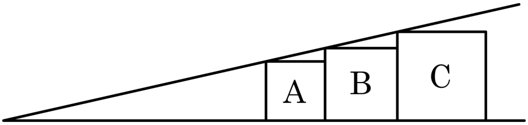
해설

$\triangle \mathrm{APQ} \backsim \triangle \mathrm{ACB}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{PQ}}$

$10 : 8 = 12 : x$

$10x = 96 \qquad \therefore\ x = 9.6$

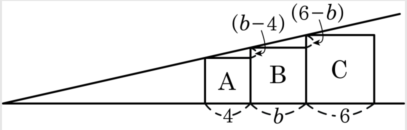
17. 다음 그림에서 A, B, C 는 각각 정사각형이다. A, C 의 넓이가 각각 $16\mathrm{cm}^2$, $36\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, B 의 넓이를 바르게 구한 것은?



① $24\,\mathrm{cm}^2$ ② $32\,\mathrm{cm}^2$ ③ $40\,\mathrm{cm}^2$

④ $48\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $56\,\mathrm{cm}^2$

해설



A, C 는 각각 정사각형이므로 한 변의 길이는 $4\,\mathrm{cm}$, $6\,\mathrm{cm}$ 이다.

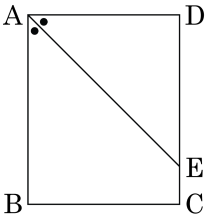
B 의 한 변의 길이를 $b\,\mathrm{cm}$라고 하면

$4 : (b-4) = b : (6-b)$

$24 - 4b = b^2 - 4b,\ b^2 = 24$

$\therefore$ B 의 넓이는 $24\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

18. 다음과 같은 직사각형에서 $\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이다. $\overline{AB}:\overline{AD}=5:4$일 때, $\triangle AED:\square ABCE$를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2:3$

해설

$\overline{AB}//\overline{DC}$이므로 $\angle EAB=\angle AED$
따라서 $\triangle AED$는 이등변삼각형이다.

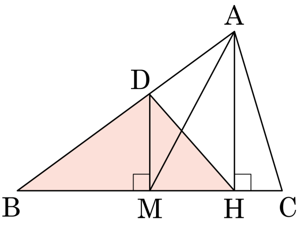
$\overline{AB}:\overline{AD}=5:4$에서 $\overline{AB}=5x$, $\overline{AD}=4x$라하면
$\overline{DE}=4x$, $\overline{EC}=x$

$\triangle AED=\frac{1}{2}\times 4x\times 4x=8x^2$

$\square ABCE=(5x+x)\times 4x\times\frac{1}{2}=12x^2$

$\therefore\ \triangle AED:\square ABCE=8x^2:12x^2=2:3$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DM} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM} = 5$, $\overline{AH} = 6$ 이라 할 때, $\triangle DBH$의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $15\,cm^2$

해설

$\overline{DM}$과 $\overline{AH}$는 한 직선 $\overline{BC}$에 수직인 두 직선이므로 $\overline{DM} // \overline{AH}$

밑변이 공통이고 높이가 같으므로

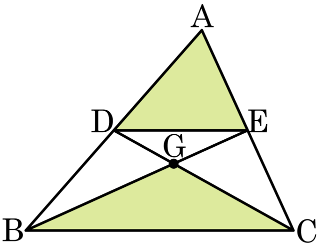
$\triangle DMH = \triangle DMA$

$\therefore \triangle DBH = \triangle DBM + \triangle DMH = \triangle BMA$

$\overline{BM} = \overline{CM}$이고 한 꼭짓점이 A에서 만나므로 $\triangle BMA = \triangle AMC$

$$\therefore\ \triangle DBH = \triangle AMC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15(\,cm^2)$$

20. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $\triangle ADE$와 $\triangle GBC$의 넓이의 비는?



① $1:1$ ② $2:3$ ③ $3:2$ ④ $3:4$ ⑤ $4:3$

해설

점 G가 무게중심이므로

$\triangle ADE = \frac{1}{4}\triangle ABC$, $\triangle GBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$$\begin{aligned}\triangle ADE : \triangle GBC &= \frac{1}{4}\triangle ABC : \frac{1}{3}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 3:4\end{aligned}$$