1. 다음 중 평행사변형에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 두 쌍의 대변이 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 서로 같다.

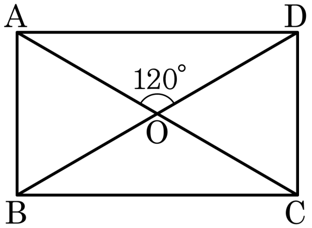
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

⑤ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

두 대각선이 서로 수직이등분하는 것은 마름모와 정사각형이다.

2. 다음 그림에서 □ABCD 가 직사각형일 때, ∠ODC 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

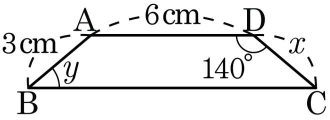
▷ 정답 : 60 °

해설

$\angle ODA = (180° - 120°) \div 2 = 30°$

$\angle ODC = 90° - 30° = 60°$

3. 다음 그림에서 □ABCD 가 등변사다리꼴일 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : $x = 3\,\text{cm}$

▷ 정답 : $\angle y = 40°$

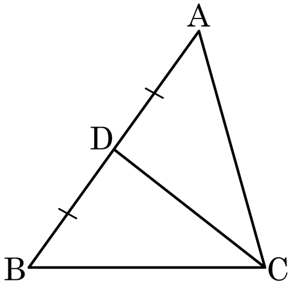
해설

$\overline{\text{AB}} = \overline{\text{DC}} = 3\,\text{cm}$

$\angle\text{D} + \angle\text{B} = 180°$

그러므로 $x = 3\,\text{cm}$, $\angle y = 40°$

4. $\overline{\mathrm{CD}}$ 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 중선이고 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이가 $32\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ADC}$ 의 넓이를 구하여라.



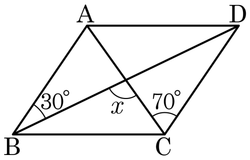
▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $16\,\mathrm{cm}^2$

해설

중선 $\overline{\mathrm{CD}}$ 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 이등분하므로
$\triangle\mathrm{ADC} = 32 \div 2 = 16(\mathrm{cm}^2)$

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ACD} = 70°$, $\angle\mathrm{ABD} = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30° ② 50° ③ 70°

④ 80° ⑤ 100°

해설

$\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD} = 70°$ 이고, $\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{CDB} = 30°$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle\mathrm{ACD} + \angle\mathrm{CDB}$

$= 70° + 30°$

$= 100°$

6. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 [ㄱ] 임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ ([ㄴ] 합동) $\therefore\ \overline{EF}=$ [ㄷ] $\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ ([ㄹ] 합동) $\therefore$ [ㅁ] $=\overline{EH}$ 따라서 □EFGH 는 [ㄱ] 이다.

① ㄱ : 평행사변형

② ㄴ : ASA

③ ㄷ : $\overline{GH}$

④ ㄹ : SAS

⑤ ㅁ : $\overline{GF}$

해설

$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{GH}$

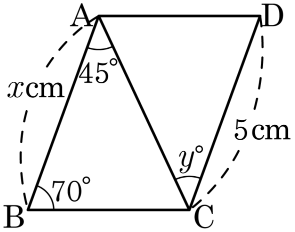
$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{GF}=\overline{EH}$

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

따라서 □EFGH 는 평행사변형이다.

7. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=40$ ② $x=4,\ y=45$

③ $x=5,\ y=40$ ④ $x=5,\ y=45$

⑤ $x=10,\ y=45$

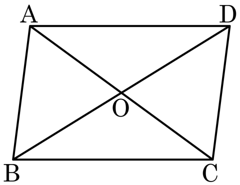
해설

$x=\overline{CD}=5(\mathrm{cm})$이므로 $x=5$

$\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$이므로 $\angle BAC=\angle DCA$

$\therefore y=45$

8. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이가 40cm^2일 때, $\triangle\text{BOC}$의 넓이는 $x\text{cm}^2$이다. x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle\text{ABO}$, $\triangle\text{OBC}$, $\triangle\text{OCD}$, $\triangle\text{OAD}$의 넓이가 같으므로

$\triangle\text{BOC} = \dfrac{1}{4} \times \square\text{ABCD} = 10(\text{cm}^2)$이다.

9. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형은 정사각형이다.

③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

④ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 등변사다리꼴은 평행사변형이다.

해설

④ 직사각형에서 두 대각선이 서로 수직이면 정사각형이 된다.

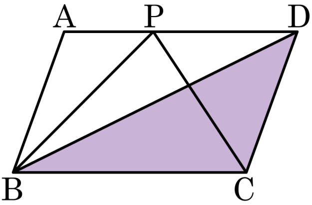
10. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

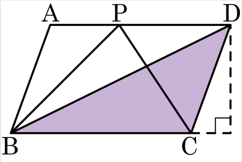
11. 다음 그림과 같이 □ABCD가 평행사변형이고 $\triangle PBC = 14\text{cm}^2$ 일 때, 어두운 부분의 넓이는?



① 13cm^2 ② 14cm^2 ③ 15cm^2

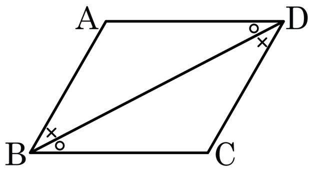
④ 16cm^2 ⑤ 17cm^2

해설



$\triangle PBC$와 $\triangle DBC$는 밑변의 길이 $\overline{BC}$와 높이가 같으므로 $\triangle DBC = \triangle PBC = 14(\text{cm}^2)$이다.

12. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



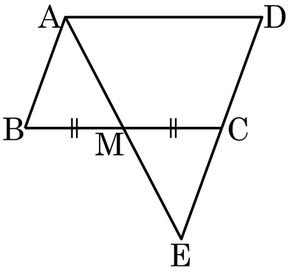
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\boxed{}$합동) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

13. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AB}=8\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\overline{AB}//\overline{DE}$ 이므로

$\angle BAM=\angle MEC, \angle ABM=\angle MCE$

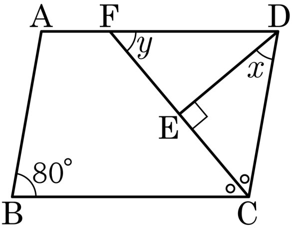
$\overline{BM}=\overline{CM}$

$\triangle ABM\equiv\triangle ECM$(ASA합동)

$\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{CE}=8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE}=16\text{cm}$

14. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CF}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이고, $\overline{DE} \perp \overline{CF}$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



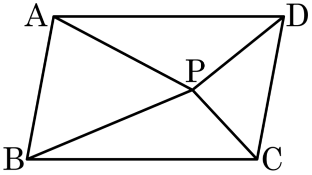
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 90 °

해설

$\angle B + \angle C = 180°$ 이므로 $\angle C = 100°$ 이고 $\angle ECD = 50°$ 이다.
$\angle x = 180° - (90° + 50°) = 40°$ 이고, $\angle y = 180° - (50° + 80°) = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 40° + 50° = 90°$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, □ABCD의 넓이는 60cm^2이고, △ABP의 넓이는 △CDP의 넓이의 2배일 때, △CDP의 넓이를 구하면?



① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 15cm^2

④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

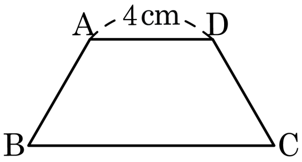
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이므로

$\triangle ABP + \triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$이다.

$\triangle ABP = 2\triangle CDP$이므로 $3\triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\therefore\ \triangle CDP = \frac{1}{6}\square ABCD = 10(\text{cm}^2)$

16. 등변 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$ 이고, $\overline{BC}=2\overline{AD}$ 일 때, $\angle C$ 를 구하시오.

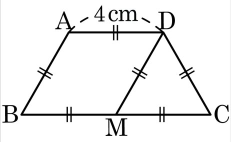


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $60\underline{^\circ}$

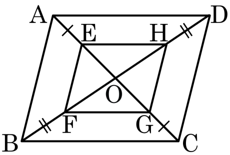
해설

$\overline{BC}$ 의 중점 M 을 잡으면,
다음의 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{DM}$



따라서 $\triangle DMC$ 는 정삼각형이므로 $\angle C = 60^\circ$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{BF} = \overline{DH}$일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

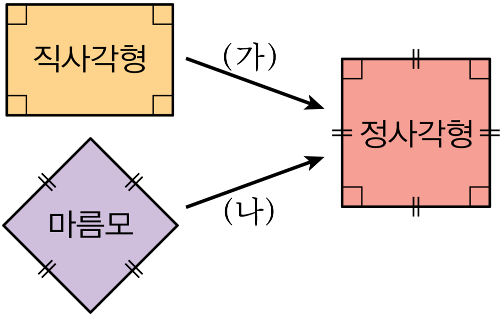
해설

$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{AE} = \overline{CG}$이므로 $\overline{EO} = \overline{GO}$

$\overline{BO} = \overline{DO}, \overline{BF} = \overline{DH}$이므로 $\overline{FO} = \overline{HO}$

따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

18. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 $90°$이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

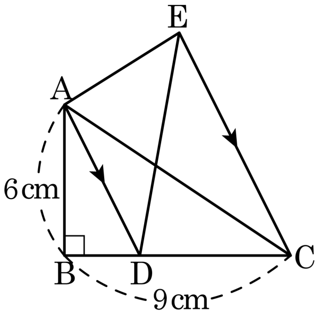
⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $18\,\text{cm}^2$

해설

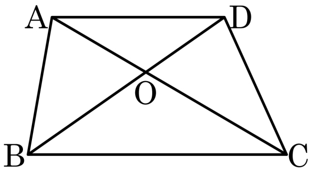
$\triangle ABD$와 $\triangle ADC$에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 2$이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 2$

$\triangle ADC = \triangle ABC \times \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \dfrac{2}{3} = 18(\text{cm}^2)$

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$이므로 $\triangle ADE \triangle ADC$의 밑변과 높이가 같다.

$\therefore \triangle ADE = \triangle ADC = 18(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA}:\overline{OC}=2:3$ 이다. $\triangle AOD=10\text{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{125}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다. $2:3=10\text{cm}^2:\triangle DOC$, $\triangle DOC=15\text{cm}^2$

$\triangle ABD=\triangle ACD$ 이므로 $\triangle ABO=\triangle DOC=15\text{cm}^2$

$\triangle ABO$, $\triangle BCO$ 는 높이가 같다. $2:3=15\text{cm}^2:\triangle OBC$, $\triangle OBC=\dfrac{45}{2}\text{cm}^2$

$\square ABCD=\triangle AOD+\triangle DOC+\triangle OBC+\triangle ABO=10+15+15+\dfrac{45}{2}=\dfrac{125}{2}(\text{cm}^2)$