

1. 세 점 A(2, 3), B(-1, 9), C(-4, a) 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 6

② 9

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$$\overline{AB} \text{의 기울기: } \frac{3-9}{2-(-1)} = -2$$

$$\overline{BC} \text{의 기울기: } \frac{a-3}{(-4)-(2)} \therefore a = 15$$

2. 직선 $ax + by + c = 0$ 은 $ab > 0$, $bc < 0$ 일 때, 몇 사분면을 지나지 않는가?

- ① 제 1 사분면
- ② 제 2 사분면
- ③ 제 3 사분면
- ④ 제 4 사분면
- ⑤ 제 1 사분면, 제 2 사분면

해설

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 에서
 $-\frac{a}{b} < 0$ ($\because ab > 0$)
 $-\frac{c}{b} > 0$ ($\because bc < 0$)이므로
제 1 사분면, 제 2 사분면, 제 4 사분면을 지난다.

3. 좌표평면 위에 세 점 $A(-2, 1)$, $B(4, 7)$, $C(6, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. 직선 $y = mx + 2m + 1$ 에 의하여 $\triangle ABC$ 의 넓이가 이등분될 때, m 의 값은?

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

해설

직선 $y = m(x + 2) + 1$ 은 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로 점 A 를 지난다.
따라서 주어진 직선이 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면
직선이 $\overline{BC}$ 의 중점 $M(5, 5)$ 를 지나야 한다.
 $\therefore 5 = m(5 + 2) + 1$
 $\therefore m = \frac{4}{7}$

4. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 직선 $x - 2y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 식을 구하면?

① $y = 2x + 5$

② $y = -2x + 5$

③ $y = 2x - 5$

④ $y = 5x + 2$

⑤ $y = 5x - 2$

해설

$$x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

이 직선에 수직하므로 기울기는 -2

$$y - 1 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 5$$

5. 두 직선 $y = x + 1$, $y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$
 $y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ 에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
 $(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$
 $\therefore k = -1$
따라서, $k = -1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

6. 점 $(0, 2)$ 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각이 30° 인 직선의 방정식은?

- ① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ ② $y = x + 2$ ③ $y = 2x + 2$
④ $y = x + 3$ ⑤ $y = x + 4$

해설

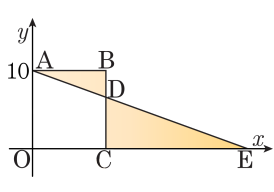
기울기 $m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고

점 $(0, 2)$ 를 지나므로,

$$y - 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 0)$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$$

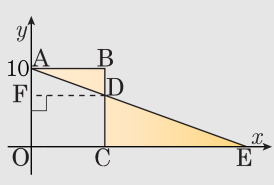
7. 다음 그림과 같은 정사각형 OABC 가 있다. 변 BC 위의 B,C 가 아닌 한 점 D 를 지나는 직선 AD 를 그을 때, 색칠된 부분의 넓이가 사다리꼴 OADC 의 넓이와 같다면 직선 AD 의 기울기는?



- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

다음 그림과 같이 점 D 에서
y 축에 내린 수선의 발을 F 라 하면
 $\triangle ADB = \triangle AFD$ 이므로
 $\square OCDF = \triangle DCE$
즉, $\overline{OC} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{CE} \cdot \overline{CD}$
 $\therefore \overline{CE} = 2\overline{OC}$
E(30,0) 이므로 직선 AD 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$



8. 두 이차함수 $y = -x^2 + 3$ 과 $y = x^2 - 4x + 3$ 의 그래프의 꼭지점을 각각 A, B라 할 때, 직선 AB의 x 절편은?

- ㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{4}{3}$ ㉢ $\frac{2}{3}$ ㉣ $\frac{1}{2}$ ㉤ $\frac{1}{3}$

해설

$y = -x^2 + 3$ 의 꼭지점은 A(0,3) 이고,
 $y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ 이므로 꼭지점은 B(2, -1) 이다.
이 때, 두 점 A(0,3) ,B(2, -1)을 지나는
직선의 방정식은 $y = -2x + 3$
따라서, x 절편은 $0 = -2x + 3$ 에서
 $x = \frac{3}{2}$ 이므로 $\frac{3}{2}$ 이다.

9. 어떤 시험 결과, 최저점은 25 점, 최고점은 160 점이었다. 이 점수를 환산식 $y = ax + b$ 에 의하여 최저점을 10 점, 최고점을 100 점으로 고치려고 한다. 처음의 100 점은 나중의 몇 점으로 환산되겠는가?

① 30 ② 40 ③ 50 ④ 60 ⑤ 70

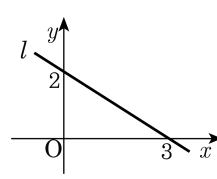
해설

$25a + b = 10$, $160a + b = 100$ 이므로 두 식을 연립한다.

$$\Rightarrow a = \frac{2}{3} \quad b = -\frac{20}{3}$$

$$\therefore 100 \text{ 점을 환산하면, } \frac{2}{3} \times 100 - \frac{20}{3} = 60$$

10. 직선 l 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음
중이 직선 위의 점은?



- ① (0, 3) ② (2, 0)
③ (2, 1) ④ (6, -2)
⑤ (6, -1)

해설

주어진 직선 l 의 기울기는 $-\frac{2}{3}$, y 절편이 2이므로

직선 l 의 방정식은 $y = -\frac{2}{3}x + 2 \cdots \text{㉠}$

따라서, ㉠을 만족하는 점은 (6, -2)이다.

11. 「 m, n 을 서로소인 자연수라 할 때, 좌표평면위의 두 점 $P(m, 0)$, $Q(0, n)$ 을 잇는 선분 PQ 위에는 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수인 점이 존재하지 않는다.」를 다음과 같이 증명하였다.

<증명>

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 방정식은

(가)

 이다. 따라서 $nx + my = mn$ ($0 < x < m, 0 < y < n$) 을 만족하는 자연수 x, y 가 존재한다고 가정하면 $my = n(m - x)$ 좌변이 m 의 배수이므로 우변도 m 의 배수이고, m, n 이 서로소이므로

(나)

 는 m 의 배수가 된다.
이것은 $0 < m - x < \div(다)$

 에 모순이다.

위

의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- ① $nx + my = 1, m - x, m$

② $nx + my = 1, m + x, 2m$

③

 $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1, m - x, m$

④ $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1, m + x, 2m$

⑤ $nx + my = 1, m + x, n$

해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 x 절편, y 절편이 각각 m, n 이므로
 $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1 \Leftrightarrow nx + my = mn \cdots \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 을 만족하는 자연수 x, y 가 존재한다고 가정하면
 $my = n(m - x)$ 에서 m, n 이 서로소이므로 $m - x$ 는 m 의 배수가 된다.
이것은 $0 < m - x < m$ 에 모순이다.

12. 직선 $x+ay-1=0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

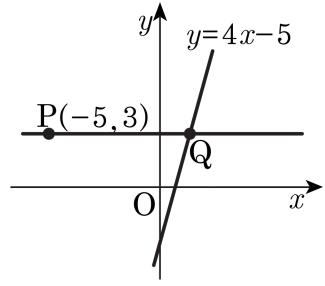
▷ 정답 : $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1, 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$

13. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

해설

점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q의 y 좌표가 3이므로

$$y = 4x - 5 \text{에 } y = 3 \text{을 대입하면 } 3 = 4x - 5$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3)이다.

$$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$$

14. O(0,0), A(4,4), B(8,-6)에서 원점을 지나고 $\triangle OAB$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{6}x$

② $y = -\frac{1}{5}x$

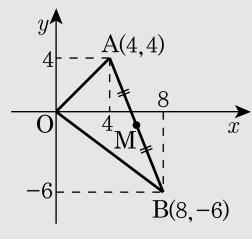
③ $y = -\frac{1}{4}x$

④ $y = -\frac{1}{3}x$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x$

해설

구하고자 하는 직선은 원점과 $\overline{AB}$ 의 중점 M(6, -1)을 지나므로



$$y - 0 = \frac{-1 - 0}{6 - 0}(x - 0)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{6}x$$

15. x, y 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 3xy + ay^2 - 2x + 9y + b = 0$ 이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab 를 구하면?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을
 $px + qy + r = 0 \cdots \textcircled{A}$,
 $p'x + q'y + r' = 0 \cdots \textcircled{B}$ 이라 하자.
 $\textcircled{A}$ 과 $\textcircled{B}$ 은 서로 직교하므로
 $pp' + qq' = 0$ 이다.
(준식) $= (px + qy + r)(p'x + q'y + r') = 0$ 의
전개식에서 x^2 의 계수와 y^2 의 계수의 합은
 $pp' + qq' = 0$ 이므로 $a + 2 = pp' + qq' = 0$
 $\therefore a = -2$
 $a = -2$ 를 준식에 대입하여 정리하면
(준식)
 $= 2x^2 - (3y + 2)x + (-2y^2 + 9y + b) = 0 \cdots \textcircled{C}$
 $\textcircled{C}$ 이 두 직선의 곱을 나타내므로
 $\textcircled{C}$ 의 판별식 $D_1 = (3y + 2)^2 - 8(-2y^2 + 9y + b)$
 $= 25y^2 - 60y + (4 - 8b) \cdots \textcircled{D}$ 이 완전제곱식이다.
따라서 $\textcircled{D}$ 의 판별식 $\frac{D_2}{4}$ 는 0이다.
 $\frac{D_2}{4} = 30^2 - 25(4 - 8b) = 0$
 $\therefore b = -4$
 $\therefore ab = (-2) \cdot (-4) = 8$

16. $ax + 8y = 4$, $x + (a + 2)y = -7$ 에 대하여 두 식을 동시에 만족하는 (x, y) 가 하나도 없을 때, 실수 a 의 값은?

① $a = -4$, $b = -2$

② $a = -4$, $b = 2$

③ $a = 4$, $b = -2$

④ $a = 4$, $b = 2$

⑤ $a = 1$, $b = -2$

해설

두 직선 $ax + 8y - 4 = 0$, $x + (a + 2)y + 7 = 0$ 이 평행해야 한다.

$$\text{그러므로 } \frac{a}{1} = \frac{8}{a+2} \neq -\frac{4}{7}$$

$$a(a+2) = 8 \quad \left(a \neq -\frac{4}{7}, a \neq -16 \right)$$

$$\therefore a = -4, 2$$

17. 두 점 A(1, 1) 과 B(4, 2) 에서 직선 $2x - y + 1 = 0$ 까지의 거리를 각각 d_1, d_2 라 할 때, $|d_1 - d_2|$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$$d_1 = \frac{|2 \times 1 - 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$d_2 = \frac{|2 \times 4 - 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{따라서 } |d_1 - d_2| = \left| \frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{7\sqrt{5}}{5} \right| = \sqrt{5}$$

18. 점 $P(0, a)$ 에서 직선 $y = \frac{4}{3}x + 2$ 까지의 거리와 점 P 에서 x 축 까지의 거리가 같을 때, 음수 a 의 값은?

① $-\frac{3}{4}$ ② -9 ③ $-\frac{4}{9}$ ④ -3 ⑤ -2

해설

점 $P(0, a)$ 와 직선 $4x - 3y + 6 = 0$ 간의 거리는 $\frac{|-3a + 6|}{5}$ 이고,

점 $P(0, a)$ 와 x 축간의 거리는 y 좌표의 절대값인 $|a|$ 이므로,

$$|-3a + 6| = 5|a|, \quad -3a + 6 = \pm 5a$$

$$\therefore a = \frac{3}{4} \text{ 또는 } -3$$

$$\therefore a = -3 \quad (\because a < 0)$$

19. 두 직선 $3x + 4y = 12$, $3x + 4y = 7$ 사이의 거리를 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$3x + 4y = 12$ 위의 임의의 한 점을 잡는다.
(4, 0)과 $3x + 4y = 7$ 사이의 거리를 구한다.

$$\therefore \frac{|3 \cdot 4 + 4 \cdot 0 - 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

20. 다음 두 직선 $3x + 4y = 21$, $3x + 4y = 11$ 사이의 거리를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x + 4y = 21$ 의 점 $(7, 0)$

$$\Rightarrow \frac{|7 \times 3 + 0 \times 4 - 11|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

21. 평행한 두 직선 $x + y - 1 = 0$ 과 $x + y + 3 = 0$ 사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $2\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

두 직선은 평행하므로,

직선 $x + y - 1 = 0$ 위의 한 점 (1, 0) 에서

직선 $x + y + 3 = 0$ 에 이르는 거리를 구한다.

$$\therefore \frac{|1 + 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

22. 점 $(3, 4)$ 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \text{ 이므로, } |2 + k| = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $k = 3$ ($\because k$ 는 양수)

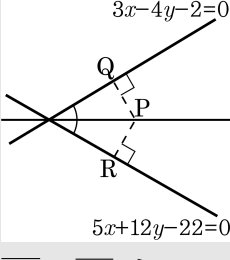
23. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로
 $\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$
 $13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$
즉, $13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22)$ 또는
 $13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22)$ 정리하면
 $x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서
기울기가 양이므로
 $\therefore x-8y+6=0$
 $\therefore a+b+c=-1$

24. 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y = x$

② $y = \frac{1}{2}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = \frac{1}{4}x$

⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

P(x, y) 라 하면,

(i) $2x - y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_1 은

$$d_1 = \frac{|2x - y - 1|}{\sqrt{4 + 1}}$$

(ii) $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2 = \frac{|x + 2y - 1|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로 $|2x - y - 1| = |x + 2y - 1|$

$\therefore 2x - y - 1 = \pm(x + 2y - 1)$

즉, $x - 3y = 0$, $3x + y - 2 = 0$

그런데 기울기가 양수이므로 $x - 3y = 0$

$\therefore y = \frac{1}{3}x$

25. 점 A(6, 2)와 직선 $x+2y-2=0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x-2y-8=0$ ② $x+2y-8=0$ ③ $x-2y+8=0$
④ $x+2y+8=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

P (a , b)라 하면 $a+2b-2=0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

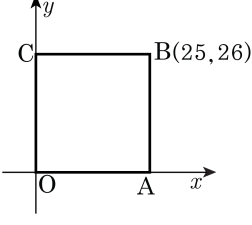
$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x-18, b = 4y-6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x-18+2(4y-6)-2=0 \Rightarrow x+2y-8=0$$

26. 좌표평면 위에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라 한다.
직선 $y = \frac{3}{8}x + 1$ 은 아래 그림과 같은 직사각형 OABC 내부 (경계선 제외)의 격자점을 모두 몇 개 지나는가?



- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$y = \frac{3}{8}x + 1$ 에서 x 가 8의 배수이면 y 도 정수가 된다.

$0 < x < 25$, $0 < y < 26$ 에서 조건을 만족하는 정수의 순서쌍을 구하면

(8, 4), (16, 7), (24, 10)으로 모두 3개의 격자점을 지난다.

27. 다음 세 직선이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의조건은?

$3x + y + 2 = 0, \ x + 3y + k = 0, \ 2x - y + 3 = 0$

- ① $k \neq -2$

② $k \neq -3$

③ $k \neq -4$
- ④ $k \neq -7$

⑤ $k \neq -11$

해설

$3x + y + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$

$x + 3y + k = 0 \cdots \textcircled{㉡}$ 일 때,

$2x - y + 3 = 0 \cdots \textcircled{㉢}$

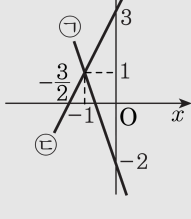
다음 그림과 같이

세 직선이 삼각형을 만들려면 평행한 직선이 없어야 하고 세 직선이 한 점에서 만나지 않아야 한다.

㉠, ㉡, ㉢ 중에 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 조건을 구한다.

㉠과 ㉢을 연립하여 교점의 좌표를 구하면 $(-1, 1)$ 이다.

이 점을 ㉡에 대입했을 때 등식이 성립하지 않아야 하므로 $-1 + 3 + k \neq 0, \therefore k \neq -2$



28. 세 점 A(1, 3), B(3, 1), C(5, 5) 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 와 직선 $kx - y + 2k - 1 = 0$ 이 만난다. 상수 k 의 최대값을 M, 최소값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

직선의 방정식 $ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 두 직선 $ax + by + c = 0$ 과 $a'x + b'y + c' = 0$ 의 교점을 지난다.

그림과 같이 직선 $kx - y + 2k - 1 = 0$ 즉 $y = k(x + 2) - 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 점 $(-2, -1)$ 을 지나므로 이 직선이 $\overline{AB}$ 와 만날 때, 삼각형과 만난다.

1) 점 A 를 지날 때, $3 = k(1 + 2) - 1, \quad k = \frac{4}{3}$

2) 점 B 를 지날 때, $1 = k(3 + 2) - 1, \quad k = \frac{2}{5}$

따라서 $\frac{2}{5} \leq k \leq \frac{4}{3}$ 일 때, 주어진 직선은 삼각형과 만난다.

$\therefore \frac{M}{m} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{10}{3}$

29. 점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직일 때, 직선 $y = ax + 2b$ 는 항상 일정한 점 P를 지난다. 이 때, 점 P의 좌표는?

① $P(-4, 6)$

② $P(-4, -6)$

③ $P(2, 3)$

④ $P(3, 2)$

⑤ $P(-2, -4)$

해설

점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$

위에 있으므로 $b = 2a - 3$

따라서 $y = ax + 2b$ 에서

$y = ax + 2(2a - 3)$ 이므로

a 에 대하여 정리하면

$$a(x + 4) - (6 + y) = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 a 에 대한
항등식이다.

$$\therefore x + 4 = 0, 6 + y = 0$$

$$\therefore P(-4, -6)$$

30. 서로 다른 두 직선 $2x - ay - 2 = 0$, $x - (a - 3)y - 3 = 0$ 이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x - ay - 2 = 0 \\ x - (a - 3)y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{정리하면}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{a}x - \frac{2}{a} \\ y = \frac{1}{a-3}x - \frac{3}{a-3} \end{cases} \quad \text{평행하므로}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{a-3}$$

$\therefore a = 6$ 대입하면

$$\begin{cases} x - 3y - 1 = 0 \\ x - 3y - 3 = 0 \end{cases}$$

$x - 3y - 1 = 0$ 위의 점 $(1, 0)$ 과 $x - 3y - 3 = 0$ 과의 거리는

$$\therefore \frac{|1 - 3|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

31. 점 $(1, 2)$ 와 직선 $x + 2y - 1 + k(2x - y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

해설

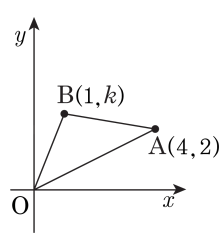
점과 직선사이 거리 구하는 공식을 이용한다.

$$\frac{|2k + 1 + 2(2 - k) - 1|}{\sqrt{(2k + 1)^2 + (2 - k)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5k^2 + 5}}$$

$\therefore$ 최솟값은 $k = 0$ 일 때, 분모는 $\sqrt{5}$, 즉 $\frac{4}{\sqrt{5}}$ 이므로 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 O(0, 0), A(4, 2), B(1, k)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 넓이가 4일 때, 양수 k의 값은?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



해설

직선 OA의 방정식은 $x - 2y = 0$ 이다.

점 B(1, k)에서 직선 $x - 2y = 0$ 까지의 거리

$$h \text{는 } h = \frac{|1 \times 1 - 2 \times k|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \overline{OA} = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}} = 4$$

$$\therefore k = \frac{5}{2} \quad (\because k > 0)$$