1. 세 점 A(2, 3), B(−1, 9), C(−4, a) 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 17

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울기가 같다.

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 기울기 : $\dfrac{3-9}{2-(-1)}=-2$

$\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울기 : $\dfrac{a-3}{(-4)-(2)}$ $\therefore\ a=15$

2. 직선 $ax + by + c = 0$은 $ab > 0$, $bc < 0$일 때, 몇 사분면을 지나지 않는가?

① 제 1 사분면　　② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면　　④ 제 4 사분면

⑤ 제 1 사분면 ,제 2 사분면

해설

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$에서

$-\frac{a}{b} < 0$ ($\because$ $ab > 0$)

$-\frac{c}{b} > 0$ ($\because$ $bc < 0$)이므로

제 1 사분면, 제 2 사분면, 제 4 사분면을 지난다.

3. 좌표평면 위에 세 점 $\mathrm{A}(-2,\ 1)$, $\mathrm{B}(4,\ 7)$, $\mathrm{C}(6,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$가 있다. 직선 $y = mx + 2m + 1$에 의하여 $\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이가 이등분될 때, m의 값은?

① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

해설

직선 $y = m(x+2)+1$은 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-2, 1)$을 지나므로 점 A를 지난다.
따라서 주어진 직선이 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 이등분하려면
직선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점 $\mathrm{M}(5, 5)$를 지나야 한다.

$\therefore\ 5 = m(5+2)+1$

$\therefore\ m = \frac{4}{7}$

4. 점 $(2,\ 1)$을 지나고 직선 $x-2y+1=0$에 수직인 직선의 식을 구하면?

① $y=2x+5$　② $y=-2x+5$　③ $y=2x-5$

④ $y=5x+2$　⑤ $y=5x-2$

해설

$$x-2y+1=0 \quad \Rightarrow \quad y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$$

이 직선에 수직하므로 기울기는 -2

$y-1=-2(x-2)$

$\therefore\ y=-2x+5$

5. 두 직선 $y = x + 1, y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$
$y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ 에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
$(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \cdots\cdots$ ㉠
㉠이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
$(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$
$\therefore\ k = -1$
따라서, $k = -1$ 을 ㉠에 대입하면
$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

6. 점 $(0,\ 2)$ 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각이 30° 인 직선의 방정식은?

① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$　② $y = x + 2$　③ $y = 2x + 2$

④ $y = x + 3$　⑤ $y = x + 4$

해설

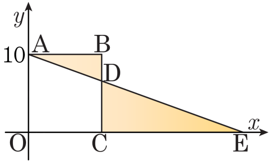
기울기 $m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고

점 $(0,\ 2)$ 를 지나므로,

$$y - 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 0)$$

$$\therefore\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$$

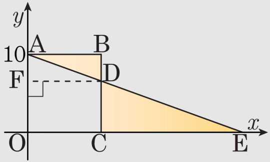
7. 다음 그림과 같은 정사각형 OABC 가 있다. 변 BC 위의 B, C 가 아닌 한 점 D 를 지나는 직선 AD 를 그을 때, 색칠된 부분의 넓이가 사다리꼴 OADC 의 넓이와 같다면 직선 AD 의 기울기는?



① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

다음 그림과 같이 점 D 에서
y 축에 내린 수선의 발을 F 라 하면
$\triangle ADB = \triangle AFD$ 이므로
$\square OCDF = \triangle DCE$
즉, $\overline{OC} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{CE} \cdot \overline{CD}$
$\therefore\ \overline{CE} = 2\overline{OC}$
E$(30, 0)$ 이므로 직선 AD 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$



8. 두 이차함수 $y = -x^2 + 3$과 $y = x^2 - 4x + 3$의 그래프의 꼭지점을 각각 A, B라 할 때, 직선 AB의 x절편은?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$y = -x^2 + 3$ 의 꼭지점은 $A(0, 3)$ 이고,
$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$이므로 꼭지점은 $B(2, -1)$ 이다.
이 때, 두 점 $A(0, 3)$,$B(2, -1)$을 지나는
직선의 방정식은 $y = -2x + 3$
따라서, x절편은 $0 = -2x + 3$에서
$x = \frac{3}{2}$ 이므로 $\frac{3}{2}$이다.

9. 어떤 시험 결과, 최저점은 25 점, 최고점은 160 점이었다. 이 점수를 환산식 $y = ax + b$ 에 의하여 최저점을 10 점, 최고점을 100 점으로 고치려고 한다. 처음의 100 점은 나중의 몇 점으로 환산되겠는가?

① 30 ② 40 ③ 50 ④ 60 ⑤ 70

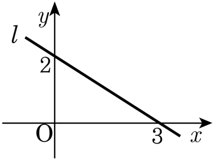
해설

$25a + b = 10$, $160a + b = 100$ 이므로 두 식을 연립한다.

$\Rightarrow \quad a = \dfrac{2}{3} \quad b = -\dfrac{20}{3}$

$\therefore$ 100 점을 환산하면, $\dfrac{2}{3} \times 100 - \dfrac{20}{3} = 60$

10. 직선 l의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중이 직선 위의 점은?



① $(0,\ 3)$　② $(2,\ 0)$

③ $(2,\ 1)$　④ $(6,\ -2)$

⑤ $(6,\ -1)$

해설

주어진 직선 l 의 기울기는 $-\dfrac{2}{3}$, y 절편이 2이므로

직선 l의 방정식은 $y=-\dfrac{2}{3}x+2\cdots$㉠

따라서, ㉠ 을 만족하는 점은 $(6,\ -2)$ 이다.

11. 「m, n 을 서로소인 자연수라 할 때, 좌표평면위의 두 점 $\mathrm{P}(m,\ 0)$, $\mathrm{Q}(0,\ n)$ 을 잇는 선분 PQ 위에는 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수인 점이 존재하지 않는다.」를 다음과 같이 증명하였다.

<증명>

> 두 점 P, Q 를 지나는 직선의 방정식은
> $\boxed{\quad (가) \quad}$ 이다. 따라서 $nx+my=mn$ $(0<x<m,\ 0<y<n)$ 을 만족하는 자연수 x, y 가 존재한다고 가정하면 $my=n(m-x)$
> 좌변이 m 의 배수이므로 우변도 m 의 배수이고,
> m, n 이 서로소이므로
> $\boxed{\quad (나) \quad}$는 m 의 배수가 된다.
> 이것은 $0<m-x<$ $\boxed{\quad (다) \quad}$에 모순이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?

① $nx+my=1,\ \ m-x,\ \ m$

② $nx+my=1,\ \ m+x,\ \ 2m$

③ $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1,\ \ m-x,\ \ m$

④ $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1,\ \ m+x,\ \ 2m$

⑤ $nx+my=1,\ \ m+x,\ \ n$

해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 x 절편, y 절편이
각각 m, n 이므로

$$\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1 \ \Leftrightarrow\ nx+my=mn \ \cdots\cdots \ ㉠$$

㉠을 만족하는 자연수 x, y 가
존재한다고 가정하면
$my=n(m-x)$ 에서 m, n 이 서로소이므로
$m-x$ 는 m 의 배수가 된다.
이것은 $0<m-x<m$ 에 모순이다.

12. 직선 $x+ay-1=0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ **답 :**

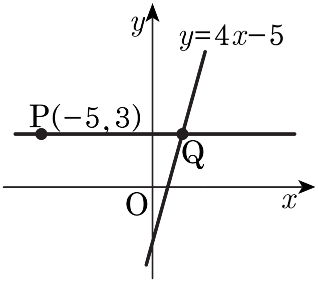
▷ **정답 :** $a=2$

해설

$y=-\frac{1}{a}x+\frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1,\ 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 1\times \frac{1}{a}=\frac{1}{4} \Rightarrow a=2$

13. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(-5, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이는?



① 6　② $\dfrac{13}{2}$　③ 7　④ $\dfrac{15}{2}$　⑤ 8

해설

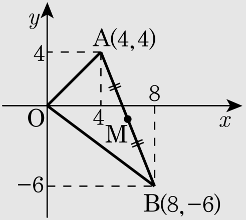
점 P 를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q의 y좌표가 3이므로
$y = 4x - 5$에 $y = 3$을 대입하면 $3 = 4x - 5$
$\therefore x = 2$
따라서 점 Q의 좌표는 $(2,\ 3)$ 이다.
$\therefore \overline{\mathrm{PQ}} = 2 - (-5) = 7$

14. O$(0,0)$, A$(4,4)$, B$(8,-6)$에서 원점을 지나고 $\triangle$OAB의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y=-\frac{1}{6}x$ ② $y=-\frac{1}{5}x$ ③ $y=-\frac{1}{4}x$
④ $y=-\frac{1}{3}x$ ⑤ $y=-\frac{1}{2}x$

해설

구하고자 하는 직선은 원점과 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점 M$(6,\ -1)$을 지나므로



$$y-0=\frac{-1-0}{6-0}(x-0)$$

$$\therefore\ y=-\frac{1}{6}x$$

15. x, y에 관한 이차방정식 $2x^2-3xy+ay^2-2x+9y+b=0$이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab를 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을
$px+qy+r=0 \cdots$ ㉠,
$p\prime x+q\prime y+r\prime=0 \cdots$ ㉡이라 하자.
㉠과 ㉡은 서로 직교하므로
$pp\prime+qq\prime=0$이다.
(준식)$=(px+qy+r)(p'x+q'y+r\prime)=0$의
전개식에서 x^2의 계수와 y^2의 계수의 합은
$pp'+qq'$이므로 $a+2=pp'+qq'=0$
$\therefore\ a=-2$
$a=-2$를 준식에 대입하여 정리하면
(준식)
$=2x^2-(3y+2)x+(-2y^2+9y+b)=0 \cdots$ ㉢
㉢이 두 직선의 곱을 나타내므로
㉢의 판별식 $\mathrm{D}_1=(3y+2)^2-8(-2y^2+9y+b)$
$=25y^2-60y+(4-8b) \cdots$ ㉣이 완전제곱식이다.
따라서 ㉣의 판별식 $\dfrac{\mathrm{D}_2}{4}$는 0이다.

$\dfrac{\mathrm{D}_2}{4}=30^2-25(4-8b)=0$
$\therefore\ b=-4$
$\therefore\ ab=(-2)\cdot(-4)=8$

16. $ax+8y=4$, $x+(a+2)y=-7$에 대하여 두 식을 동시에 만족하는 $(x,\ y)$가 하나도 없을 때, 실수 a의 값은?

① $a=-4,\ b=-2$

② $a=-4,\ b=2$

③ $a=4,\ b=-2$

④ $a=4,\ b=2$

⑤ $a=1,\ b=-2$

해설

두 직선 $ax+8y-4=0$, $x+(a+2)y+7=0$이 평행해야 한다.

그러므로 $\frac{a}{1}=\frac{8}{a+2}\neq-\frac{4}{7}$

$a(a+2)=8\quad\left(a\neq-\frac{4}{7},\ a\neq-16\right)$

$\therefore\ a=-4,\ 2$

17. 두 점 $\mathrm{A}(1,1)$ 과 $\mathrm{B}(4,2)$ 에서 직선 $2x-y+1=0$ 까지의 거리를 각각 d_1 , d_2 라 할 때, $|d_1-d_2|$ 의 값은?

① 1 ② $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$$d_1=\frac{|2\times1-1+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$d_2=\frac{|2\times4-2+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{7}{\sqrt{5}}=\frac{7\sqrt{5}}{5}$$

따라서 $|d_1-d_2|=\left|\dfrac{2\sqrt{5}}{5}-\dfrac{7\sqrt{5}}{5}\right|=\sqrt{5}$

18. 점 $P(0, a)$ 에서 직선 $y = \frac{4}{3}x + 2$ 까지의 거리와 점 P 에서 x 축 까지의 거리가 같을 때, 음수 a 의값은?

① $-\frac{3}{4}$ ② -9 ③ $-\frac{4}{9}$ ④ -3 ⑤ -2

해설

점$P(0,\ a)$ 와 직선 $4x - 3y + 6 = 0$ 간의 거리는 $\frac{|-3a+6|}{5}$ 이고,

점$P(0,\ a)$ 와 x 축간의 거리는 y 좌표의 절대값인 $|a|$ 이므로,

$|-3a+6| = 5|a|$, $-3a+6 = \pm 5a$

$\therefore\ a = \frac{3}{4}$ 또는 -3

$\therefore\ a = -3\ \ (\because\ a < 0)$

19. 두 직선 $3x+4y=12,\ 3x+4y=7$사이의 거리를 구하면?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$3x+4y=12$ 위의 임의의 한 점을 잡는다.

$(4,\ 0)$과 $3x+4y=7$사이의 거리를 구한다.

$$\therefore \frac{|3\cdot 4+4\cdot 0-7|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$$

20. 다음 두 직선 $3x+4y=21$, $3x+4y=11$ 사이의 거리를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x+4y=21$ 의 점$(7,0)$

$$\Rightarrow \quad \frac{|7\times3+0\times4-11|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{10}{5}=2$$

21. 평행한 두 직선 $x+y-1=0$과 $x+y+3=0$사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

두 직선은 평행하므로,
직선 $x+y-1=0$ 위의 한 점 $(1,\ 0)$에서
직선 $x+y+3=0$ 에 이르는 거리를 구한다.

$$\therefore\ \frac{|1+0+3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$$

22. 점 (3, 4) 에서 직선 $2x-y+k=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 3

해설

$$\frac{|2\times3-4+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$$ 이므로, $|2+k|=5$ 이다.

따라서 $k=3$ ($\because$ k 는 양수)

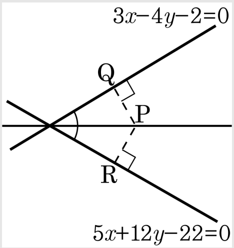
23. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2)=\pm5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ \ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

24. 두 직선 $2x-y-1=0$, $x+2y-1=0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y=x$　② $y=\frac{1}{2}x$　③ $y=\frac{1}{3}x$
④ $y=\frac{1}{4}x$　⑤ $y=\frac{1}{5}x$

해설

$\mathrm{P}(x,\ y)$ 라 하면,

(i) $2x-y-1=0$ 까지의 거리 d_1 은

$$d_1=\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{4+1}}$$

(ii) $x+2y-1=0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2=\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1+4}}$$

$d_1=d_2$ 이므로 $|2x-y-1|=|x+2y-1|$

$\therefore\ 2x-y-1=\pm(x+2y-1)$

즉, $x-3y=0$, $3x+y-2=0$

그런데 기울기가 양수이므로 $x-3y=0$

$\therefore\ y=\frac{1}{3}x$

25. 점 A(6, 2)와 직선 $x+2y-2=0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{\mathrm{AP}}$를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

① $x-2y-8=0$ ② $x+2y-8=0$ ③ $x-2y+8=0$

④ $x+2y+8=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

P $(a,\ b)$라 하면 $a+2b-2=0\ \cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 1 : 3 내분점을 Q $(x,\ y)$라 하면

$$\mathrm{Q}(x,\ y)=\left(\frac{a+18}{1+3},\ \frac{b+6}{1+3}\right)$$

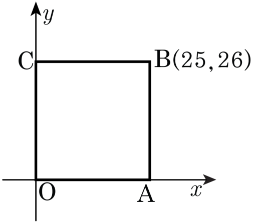
$$x=\frac{a+18}{1+3}\ ,\ y=\frac{b+6}{1+3}$$

$a=4x-18\ ,\ b=4y-6$

㉠에 대입하면,

$4x-18+2(4y-6)-2=0 \Rightarrow x+2y-8=0$

26. 좌표평면 위에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라 한다. 직선 $y=\frac{3}{8}x+1$은 아래 그림과 같은 직사각형 OABC 내부(경계선 제외)의 격자점을 모두 몇 개 지나는가?



① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$y=\frac{3}{8}x+1$에서 x가 8의 배수이면 y도 정수가 된다.

$0<x<25$, $0<y<26$에서 조건을 만족하는 정수의 순서쌍을 구하면

$(8,\ 4)$, $(16,\ 7)$, $(24,\ 10)$으로 모두 3개의 격자점을 지난다.

27. 다음 세 직선이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의조건은?

$$3x + y + 2 = 0,\ \ x + 3y + k = 0,\ \ 2x - y + 3 = 0$$

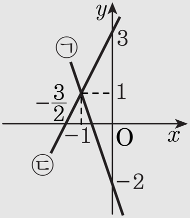
① $k \neq -2$　② $k \neq -3$　③ $k \neq -4$

④ $k \neq -7$　⑤ $k \neq -11$

해설

$3x + y + 2 = 0 \cdots$ ㉠
$x + 3y + k = 0 \cdots$ ㉡ 일 때,
$2x - y + 3 = 0 \cdots$ ㉢

다음 그림과 같이
세 직선이 삼각형을 만들려면 평행한 직선이 없어야 하고 세 직선이 한 점에서 만나지 않아야 한다.
㉠, ㉡, ㉢ 중에 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 조건을 구한다.



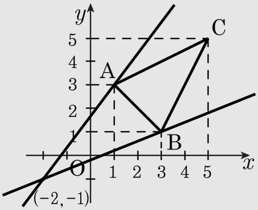
㉠과 ㉢을 연립하여 교점의 좌표를 구하면$(-1,\ 1)$ 이다.
이 점을 ㉡에 대입했을 때 등식이 성립하지 않아야 하므로 $-1 + 3 + k \neq 0$, $\therefore\ k \neq -2$

28. 세 점 A(1, 3), B(3, 1), C(5, 5) 를 꼭지점으로 하는 △ABC 와 직선 $kx-y+2k-1=0$ 이 만난다. 상수 k 의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때, $\dfrac{M}{m}$ 의 값은?

① $\dfrac{2}{3}$ ② $\dfrac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\dfrac{8}{3}$ ⑤ $\dfrac{10}{3}$

해설

직선의 방정식 $ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$ 은
k 의 값에 관계없이 항상 두 직선
$ax+by+c=0$ 과 $a'x+b'y+c'=0$
의 교점을 지난다.
그림과 같이 직선 $kx-y+2k-1=0$



즉 $y=k(x+2)-1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 점(−2, −1) 을 지나므로
이 직선이 $\overline{\text{AB}}$ 와 만날 때, 삼각형과 만난다.

1) 점 A 를 지날 때, $3=k(1+2)-1,\quad k=\dfrac{4}{3}$

2) 점 B 를 지날 때, $1=k(3+2)-1,\quad k=\dfrac{2}{5}$

따라서 $\dfrac{2}{5}\le k\le\dfrac{4}{3}$ 일 때, 주어진 직선은 삼각형과 만난다.

$$\therefore\ \frac{M}{m}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}}=\frac{10}{3}$$

29. 점 (a, b)가 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직일 때, 직선 $y = ax + 2b$는 항상 일정한 점 P를 지난다. 이 때, 점 P의 좌표는?

① P$(-4,\ 6)$　　② P$(-4,\ -6)$　　③ P$(2,\ 3)$

④ P$(3,\ 2)$　　⑤ P$(-2,\ -4)$

해설

점 (a, b)가 직선 $y = 2x - 3$
위에 있으므로 $b = 2a - 3$
따라서 $y = ax + 2b$에서
$y = ax + 2(2a - 3)$이므로
a에 대하여 정리하면
$a(x + 4) - (6 + y) = 0$
이 식이 a의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 a에 대한 항등식이다.
$\therefore\ x + 4 = 0,\ 6 + y = 0$
$\therefore$ P$(-4, -6)$

30. 서로 다른 두 직선 $2x-ay-2=0$, $x-(a-3)y-3=0$이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 구하면?

① $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x-ay-2=0 \\ x-(a-3)y-3=0 \end{cases}$$ 정리하면

$$\begin{cases} y=\frac{2}{a}x-\frac{2}{a} \\ y=\frac{1}{a-3}x-\frac{3}{a-3} \end{cases}$$ 평행하므로

$$\frac{2}{a}=\frac{1}{a-3}$$

$\therefore\ a=6$ 대입하면

$$\begin{cases} x-3y-1=0 \\ x-3y-3=0 \end{cases}$$

$x-3y-1=0$ 위의 점 $(1,\ 0)$ 과 $x-3y-3=0$ 과의 거리는

$$\therefore\ \frac{|1-3|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{2\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{10}}{5}$$

31. 점 $(1,2)$ 와 직선 $x+2y-1+k(2x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은?

① $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

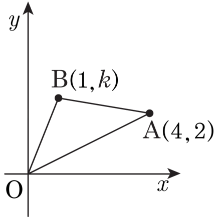
해설

점과 직선사이 거리 구하는 공식을 이용한다.

$$\frac{|2k+1+2(2-k)-1|}{\sqrt{(2k+1)^2+(2-k)^2}}=\frac{4}{\sqrt{5k^2+5}}$$

$\therefore$ 최솟값은 $k=0$ 일 때, 분모는 $\sqrt{5}$, 즉 $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$ 이므로 $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 O(0, 0), A(4, 2), B(1, k)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 넓이가 4 일 때, 양수 k 의 값은?



① 2
② $\frac{5}{2}$
③ 3
④ $\frac{7}{2}$
⑤ 4

해설

직선 OA 의 방정식은 $x-2y=0$ 이다.

점 B(1, k) 에서 직선 $x-2y=0$ 까지의 거리

h 는 $h=\dfrac{|1\times1-2\times k|}{\sqrt{1+4}}=\dfrac{|1-2k|}{\sqrt{5}}$

$\therefore\ \overline{OA}=2\sqrt{5}$

$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\dfrac{|1-2k|}{\sqrt{5}}=4$

$\therefore\ k=\dfrac{5}{2}\ (\because k>0)$