

1. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$2^2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5 \times 7$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 7$
- ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ③ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^2 \quad \times 7 \\ 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ \hline \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 3 \quad \times 7$

최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

2. 공책 48 권, 볼펜 80 개, 가위 64 개를 하나도 빠짐없이 가능한 많은 사람에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어줄 수 있는가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 16 명 ⑤ 20 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 48, 80, 64 의 최대공약수이므로 16 (명)이다.

3. 사과 108 개와 귤 144 개를 하나도 빠짐없이 몇 명의 사람들에게 똑 같이 나누어주려고 한다. 가능한 한 많은 사람에게 나누어 줄 때, 한 사람이 받는 귤의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4 개

해설

사람의 수는 108 과 144 의 최대공약수이다.

$$108 = 2^2 \times 3^3, 144 = 2^4 \times 3^2$$

따라서 사람의 수는 $2^2 \times 3^2 = 36$ (개)

따라서 한 사람이 받는 쿼의 개수는 $144 \div 36 = 4$ (개)

4. 학교에서 성적이 우수한 학생들에게 도서상품권 48장, 공책 72권, 볼펜 36자루를 준비하여 똑같이 나누어 주었다. 이때 성적이 우수한 학생들은 최대 몇 명인가?

① 10명 ② 11명 ③ 12명 ④ 13명 ⑤ 14명

해설

48, 72, 36 의 최대공약수 : 12

5. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

4)108 120 96

3) 27 30 24

9 10 8

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)
공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 (명)
공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

6. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?
- ① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루
④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는
 $(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$
 $= 38$ (그루)

7. 운동장을 한 바퀴 도는데 형은 45 초 걸리고, 동생은 60 초가 걸린다고 한다. 형과 동생이 같은 지점에서 같은 방향으로 출발해서 형이 a 바퀴, 동생이 b 바퀴 돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a + b$ 의 값은?

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 45 와 60 의 최소공배수 180 이다.
형은 $180 \div 45 = 4$ (바퀴) , 동생은 $180 \div 60 = 3$ (바퀴) 이다.
 $\therefore a + b = 4 + 3 = 7$

8. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각 각 회전해야 하는 수를 a , b 라 할 때 $a + b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$ (번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$ (번) 회전해야 하므로 $a + b = 2 + 3 = 5$

9. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 8cm, 높이가 12cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 120cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 5, 8, 12의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 5, 8, 12의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 120 cm이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 5812} \\ \underline{5 2 3} \end{array}$$

10. 가로 길이가 18cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 15cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 정육면체를 만들려고 할 때, 최소 몇 개의 벽돌이 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1800 개

해설

18, 12, 15의 최소공배수가 180이므로
필요한 벽돌의 개수는
 $(180 \div 18) \times (180 \div 12) \times (180 \div 15)$
 $= 10 \times 15 \times 12 = 1800$ (개) 이다.

11. 가로 길이가 8cm, 세로 길이가 12cm 인 타일이 있다. 이것을 붙여서 제일 작은 정사각형을 만들 때, 모두 몇 개의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6 개

해설

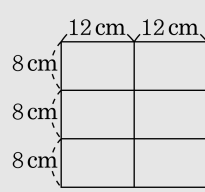
조건을 만족하는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 8 과 12 의 최소공배수이므로

8 과 12 의 최소공배수를 구하면 24 이다.

필요한 타일의 개수는

$$(24 \div 8) \times (24 \div 12) = 3 \times 2 = 6 \text{ 이다}$$

$(24 \div 8) \times (24 \div 12) = 3 \times 2 = 6$ 이다.
즉, 6 개를 붙이면 최소의 정사각형이 된다.



12. 가로, 세로의 길이가 각각 16cm, 24cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이로 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 2304cm²

해설

16과 24의 최소공배수는 48이므로 정사각형의 한 변의 길이는 48cm이다.
따라서 구하는 정사각형의 넓이는 $48 \times 48 = 2304(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 두 자연수 15 와 18 , 어느 것으로 나누어도 4 가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 94

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \ 18} \\ \underline{5 \quad 6} \end{array}$$

최소공배수 : $3 \times 5 \times 6 = 90$

구하는 수는 $90 + 4 = 94$

14. 어떤 수를 15, 24로 나누면 모두 2가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120

② 121

③ 122

④ 123

⑤ 124

해설

15, 24로 나누면 모두 2가 남는 수 중 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.
따라서 24, 15의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

15. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 8, 최소공배수는 280 이고, $A+B=96$ 일 때, $A-B$ 는? (단, $A>B$)

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$$A=8a, B=8b$$

(단, a, b 는 서로소, $a>b$)라 하면

$$\text{최소공배수 } 280=8\times 35=8\times a\times b \text{ 이다.}$$

$$a\times b=35 \text{ 이므로}$$

$$a=35, b=1 \text{ 일 때 } A=280, B=8 \text{ 이고,}$$

$$a=7, b=5 \text{ 일 때 } A=56, B=40 \text{ 이다.}$$

$$A+B=96 \text{ 이므로 } A=56, B=40 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A-B=16$$

16. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

17. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

18. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 33 ② 40 ③ 51 ④ 65 ⑤ 71

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} &= \frac{56}{39} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{b} &= \frac{(26 \text{과 } 39 \text{의 최소공배수})}{(7 \text{과 } 56 \text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7} \\ \therefore a-b &= 78-7=71 \end{aligned}$$

19. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?
- ① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.

따라서 상자의 개수는
 $(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

20. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 23개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과 합은 23개이다.

21. 민수는 4 일간 일하고 하루 쉬고, 윤희는 5 일간 일하고 이틀간 쉬다고 한다. 같은 날 일을 시작하여 이와 같이 1 년 동안 일을 할 경우 민수, 윤희가 같이 쉬는 날은 며칠인지 구하여라.

▶ 답: 일

▶ 정답 : 20일

해설

5 와 7 의 최소공배수를 구하면 35 이고 35 일 간격으로 같이 쉬게 되며, 그중에서 같이 쉬는 날은 구하여 보면 2 일이다.

민수가 쉬는 날 : 5 일, 10 일, 15 일, 20 일,

25 일, 30 일, 35 일

유희가 쉬는 날 : 6 일 7 일 13 일 14 일

윤의가 쉬는 날 : 6 일, 7 일
 22 원 21 원 25 원 22 원

20 일, 21 일

34 일, 35 일

따라서 같이 쉬는 날은 $10 \times 2 = 20$ (일)이다.

22. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

23. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는

$24n + 5 (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 인 수이다.

$\therefore 5, 29, 53, 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

24. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

- ① 11
- ② 36
- ③ 72
- ④ 84
- ⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$12 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$$a \times b = 10 \text{ (단, } a, b \text{ 는 서로소)}$$

$$A = 12 \times a, B = 12 \times b \text{ 이고 } A > B \text{ 라 하면}$$

$$a = 10, b = 1 \text{ 또는 } a = 5, b = 2$$

$$(i) a = 10, b = 1 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

$$(ii) a = 5, b = 2 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

25. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1} \text{이다.}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

$$\text{따라서 } A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$