

1. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 108 \quad 120 \quad 96} \\ 3 \overline{) 27 \quad 30 \quad 24} \\ \hline 9 \quad 10 \quad 8 \end{array}$$

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 (명)

공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

2. 두 자연수 12, 16 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 두 자리의 자연수들의 합을 구하면?

① 28

② 48

③ 96

④ 144

⑤ 150

해설

12, 16으로 나누면 3이 남는 어떤 수를 x 라 하면 $x-3$ 은 12, 16의 공배수이다.

12, 16의 최소공배수는 48이므로 $x-3$ 은 48, 96, 144, ... 이다.
이 중 두 자리의 자연수는 48, 96 이다.

따라서 x 는 51, 99이므로 합은 $51 + 99 = 150$

3. A 와 B 가 함께 일자리를 구했다. A 는 4 일간 일하고 하루 쉬고, B 는 5 일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180 일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5 일 ② 10 일 ③ 15 일 ④ 20 일 ⑤ 35 일

해설

5 와 7 의 최소공배수는 35 ,
35 일 동안 B 가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35 일,
이 중에 A 가 쉬는 날은 20, 35 일
따라서 180 일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일) 이다.

4. 수직선에서 $+\frac{3}{4}$ 에 가장 가까운 정수를 a , $\frac{11}{6}$ 에 가장 가까운 정수를 b 라고 할 때, $a \times b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$+\frac{3}{4}$ 에 가장 가까운 정수는 1 이므로 $a = 1$,

$\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$ 에 가장 가까운 정수는 2 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a \times b = 2$ 이다.

5. 서로 다른 세 양의 정수 a, b, c 가 $a < b < c$ 를 만족할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

② $-a > -c$

③ $a - 5 < b - 5$

④ $-(a \times b) < c$

⑤ $|+a| > |-a|$

해설

⑤ a 의 절댓값은 양수와 음수에 상관없이 같다.

6. 철수는 (보기)의 네 개의 유리수 중에서 어느 세 수를 골라 서로 곱하여 최댓값을 찾으려고 한다. 철수가 구한 최댓값은?

보기

$$-3, -\frac{1}{3}, -\frac{3}{2}, +2$$

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 9

해설

곱해서 가장 큰 수는 $(-3) \times (+2) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 9$

7. 자연수 n 의 소인수들의 합을 $P(n)$ 으로 나타낸다. 예를 들어, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로 $P(18) = 2 + 3 = 5$ 이다. 이 때, $\frac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \frac{P(30) + P(60)}{P(12) + P(24)}$ 를 만족하는 x 의 값 중 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 45

▷ 정답 : 75

해설

$P(30) = 10, P(60) = 10, P(12) = 5, P(24) = 5$ 이므로

$$\frac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \frac{P(30) + P(60)}{P(12) + P(24)} \text{에서}$$

$$\frac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \frac{10 + 10}{5 + 5} = 2$$

$$P(x) - 4 = 2P(x) - 12$$

$$P(x) = 8$$

소인수의 합이 8 인 수는 3 과 5 만을 소인수로 가진 수이다.

$$\therefore x = 15, 45, 75$$

8. 자연수 n 의 약수의 개수를 $S(n)$ 이라 정의한다. $\frac{S(n)}{S(17)} = S(16)$ 을 만족하는 n 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 48

해설

$S(17) = 2$, $S(16) = 5$ 이므로, $S(n) = 10$ 이다.

$n = a^x \times b^y$ 라 두면, $(x+1) \times (y+1) = 10$ 이므로,

$(x, y) = (1, 4), (4, 1)$ 이다.

이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는

$2^1 \times 3^4, 2^4 \times 3^1$ 중의 하나이다.

$\therefore n$ 중에서 가장 작은 수 = 48

9. 다음 중 서로소인 것은?

① (3, 15)

② (22, 13)

③ (100, 45)

④ (6, 9)

⑤ (10, 12)

해설

서로소는 최대공약수가 1인 두 자연수를 말하므로 (22, 13)이다.

10. $|a + 3| = 5$, $|b - 1| = 3$ 일 때, $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $M + m + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$|a + 3| = 5 \text{ 이므로 } a + 3 = 5 \text{ 또는 } a + 3 = -5$$

$$\therefore a = 2, -8$$

$$|b - 1| = 3 \text{ 이므로 } b - 1 = +3 \text{ 또는 } b - 1 = -3$$

$$\therefore b = 4 \text{ 또는 } b = -2$$

$$\text{따라서 } a - b \text{ 의 최댓값은 } M = 2 - (-2) = 4$$

$$a - b \text{ 의 최솟값은 } m = -8 - 4 = -12$$

$$\therefore M + m + 6 = 4 + (-12) + 6 = -2$$