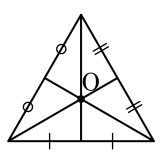
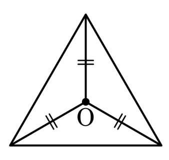
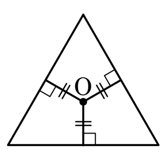
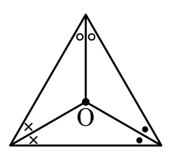
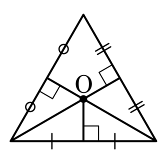
1. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


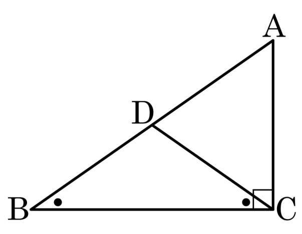
④


⑤


해설

내심 ③,④
외심 ②,⑤

2. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



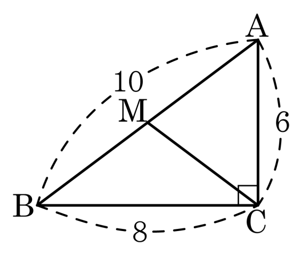
$\angle B =$ $\boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD} =$ $\boxed{(나)}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 90^\circ - \angle B$ 이다.
$\angle ACD +$ $\boxed{(다)}$ $= \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 90° 이므로
$\angle ACD = 90^\circ -$ $\boxed{(라)}$ 이다.
그런데 $\angle B =$ $\boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

① (가) :$\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 90^\circ - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 90° 이므로 $\angle ACD = 90^\circ - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{MC}$ 의 길이는?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

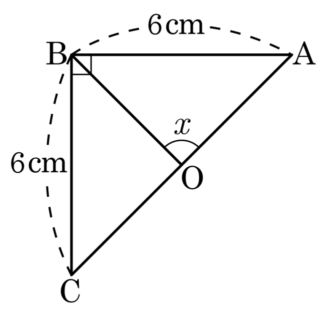
해설

점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$ 이다.

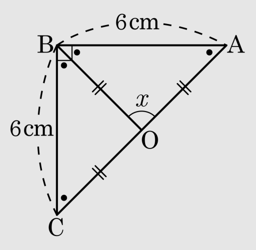
$\therefore \overline{MC} = 5$

4. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



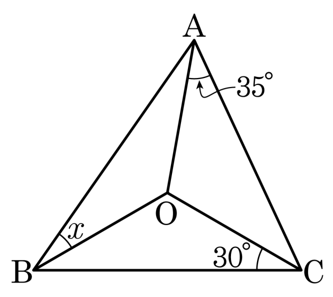
① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형
$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90°$ 이므로
$\angle BCA = \angle BAC = 45°$
직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$
$\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\angle OAB = \angle OBA = 45°$
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

5. 다음 그림고 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OAC = 35°$, $\angle OCB = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



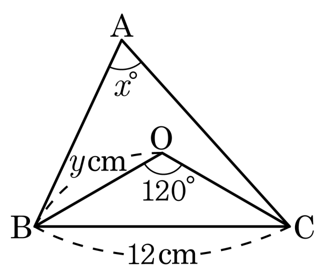
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad °}$

▷ 정답: $\underline{25°}$

해설

$\angle OAC + \angle OCB + \angle x = 90°$
$\therefore \angle x = 90° - 35° - 30° = 25°$

6. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\angle BAC$ 는 $x°$ 이고, $\overline{OB}$ 는 $y$cm 이라고 한다. $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

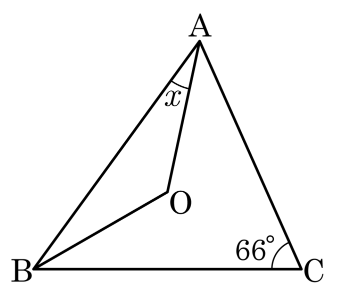
$\angle BAC = \dfrac{\angle BOC}{2} = \dfrac{120°}{2} = 60°$ 이므로 $x = 60°$

$\overline{OB} = \overline{OC}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm

$\overline{OC} + \overline{OB} + \overline{BC} = y + y + 12 = 26$

$y = 7$, $x + y = 67$

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$ACB $= 66°$ 일 때 $\angle$BAO 의 크기는?

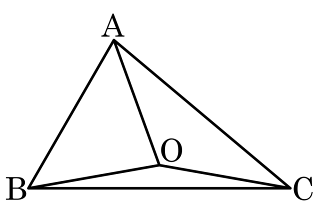


① 16° ② 20° ③ 24° ④ 30° ⑤ 33°

해설

$\angle AOB = 66° \times 2 = 132°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle ABO$ 에서 $2x + 132° = 180°$
$\therefore\ x = 24°$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 2 : 3 : 4$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



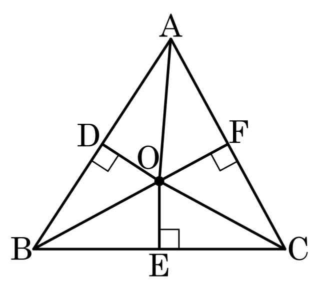
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 60 °

해설

$\angle ABC = 360° \times \frac{3}{(2+3+4)} \times \frac{1}{2} = 60°$

9. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

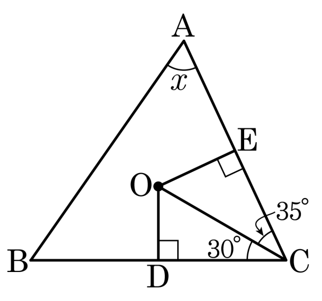


① $\triangle$BEO ≡ $\triangle$CEO
② $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CF}}$
③ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$
④ $\angle$DAO = $\angle$DBO
⑤ $\angle$FOA = $\angle$DOA

해설

$\angle$FOA = $\angle$FOC

10. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30°$, $\angle OAE = 35°$

$\angle OBA = \angle OAB$

삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180° \cdots$ ㉠

$\angle A = \angle OAB + 35° \cdots$ ㉡

$\angle B = \angle OBA + 30° \cdots$ ㉢

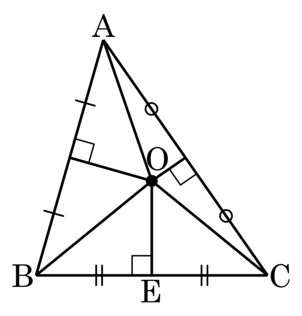
$\angle C = 30° + 35° \cdots$ ㉣

㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25°$

$\therefore \angle A = 25° + 35° = 60°$ 이다.

11. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
$\triangle$ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.

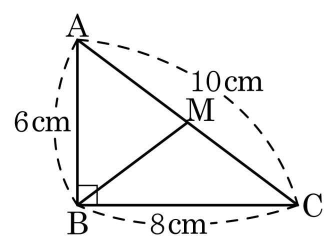


점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA}$ = (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle$OBE 와 $\triangle$OCE 에서
$\overline{OB}$ = (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore$ $\triangle$OBE ≡ $\triangle$OCE (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE}$ = (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설
$\triangle$OBE ≡ $\triangle$OCE 는 RHS 합동이다.

12. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$, $\overline{CA}=10\text{cm}$일 때, $\triangle MBC$의 넓이는?



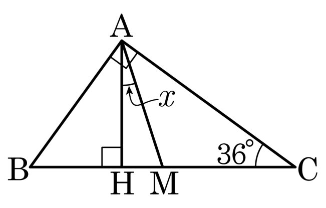
① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2
④ 15cm^2 ⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

$\therefore \triangle MBC = \left(6\times 8\times \frac{1}{2}\right)\times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

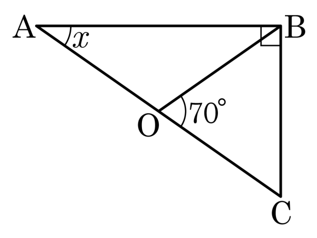


① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

14. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O 는 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 32°　② 35°　③ 38°　④ 42°　⑤ 45°

해설

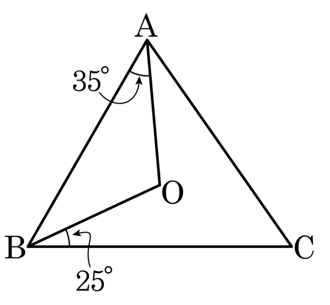
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$ 이다.

$\angle\mathrm{AOB} = 180° - \angle\mathrm{COB} = 110°$

$\triangle\mathrm{AOB}$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$)

$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = 35°$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

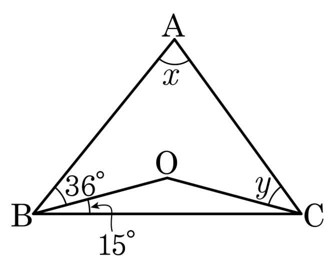
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$

$\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle x = 55°$

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad}°$

▷ 정답: 36 °

해설

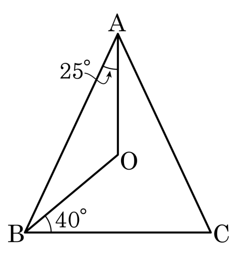
$2\angle OAC = 180° - (36° \times 2 + 15° \times 2) = 78°$

$\therefore \angle OAC = 39° = \angle y$

$\angle x = 36° + 39° = 75°$

$\angle x - \angle y = 75° - 39° = 36°$

17. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 25°$, $\angle OBC = 40°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?

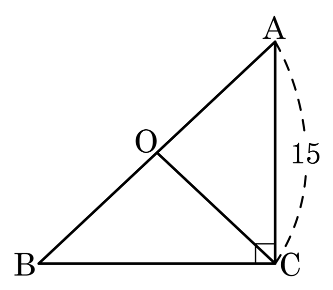


① $45°$　② $50°$　③ $55°$
④ $60°$　⑤ $65°$

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로
$25° + 40° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 25°$
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$
$\therefore\ \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65°$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



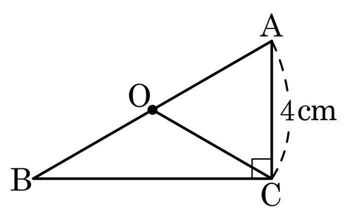
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

19. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=$ 12cm 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① $10°$　　② $20°$　　③ $30°$

④ $40°$　　⑤ 알 수 없다.

해설

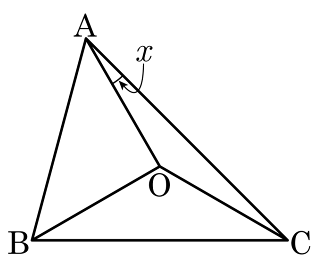
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12\text{cm}$ 이고

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{cm}$ 이다.

따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC=60°$

$\therefore\ \angle ABC=30°$

20. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$