

1. $x + y = 4$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

2. $x + y + z = 3$, $xy + yz + zx = -1$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하면?

①

11

② 12

③ 13

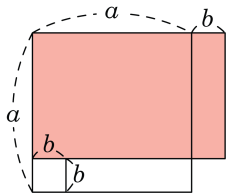
④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + xz) \\&= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

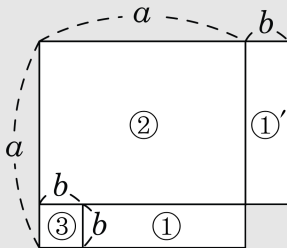
② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



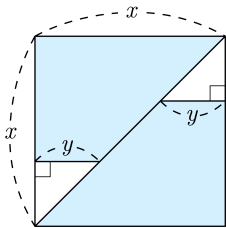
$$(a + b)(a - b) = ①' + ②$$

①' = ③ 이므로

$$(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

4. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$

② $x^2 - y^2$

③ $x^2 - y$

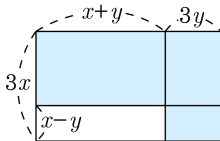
④ $\frac{xy - y^2}{2}$

⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

5. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2

② -1

③ 0

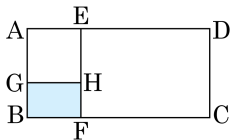
④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\&= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\&= 2x^2 + 12xy + y^2\end{aligned}$$

6. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$

② $a^2 + 3b^2 - 2ab$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$

④ $-a^2 + 3ab - b^2$

⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a - b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

7. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

8. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, $abc = -1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

①

11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$ab + bc + ca = -1$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11$$

9. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} & 4(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \\ &= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\} \end{aligned}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

10. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 0

④ 1

⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

11. 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 6$, $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 를 만족할 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

공식 $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$ 에 주어진 수를 대입하여

$(ab + bc + ca)$ 의 값을 구하면 $(ab + bc + ca) = 12$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 이므로

$$\frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

$\therefore a = b = c = 2$ 이므로 $a^3 + b^3 + c^3 = 24$