

1. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{2} & (x \text{는 무리수}) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{3} & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때, } (g \circ$$

$f)(\pi)$ 의 값은 얼마인가?.

① 0

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 1

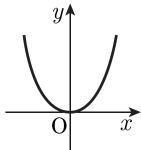
⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

해설

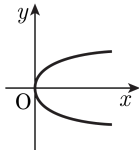
$$(g \circ f)(\pi) = g(f(\pi)) = g(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$$

2. 다음 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프로서 적당한 것은 무엇인가?

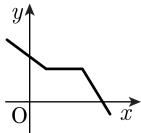
①



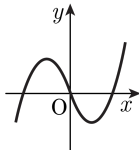
②



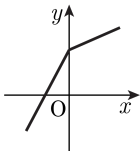
③



④



⑤



해설

주어진 그래프 중 일대일대응인 것을 찾으면 ⑤이다.

3. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 5$ 에 대하여 $(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 이 성립할 때 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(f \circ g^{-1})(a) = 1 \text{에서}$$

$$f(g^{-1}(a)) = 1 \quad f(1) = 1 \text{이므로}$$

$$\therefore g^{-1}(a) = 1 \text{에서 } a = g(1) = 4$$

4. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left(x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향

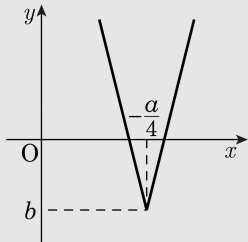
으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음
그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



5. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

6. $1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x+1}{x}$

② $\frac{2x-1}{x}$

③ $\frac{x-1}{x}$

④ $\frac{x+1}{x}$

⑤ $\frac{1}{x}$

해설

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} &= 1 + \frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}} = 1 + \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} \\ &= 1 - \frac{1-x}{x} = \frac{x-1+x}{x} \\ &= \frac{2x-1}{x} \end{aligned}$$

7. $y = \frac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$$\therefore a = -2$$

8. 함수 $y = -\frac{1}{x} + 1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

① $y = \frac{1}{1-x}$
④ $y = \frac{1+x}{x}$

② $y = \frac{1}{1+x}$
⑤ $y = \frac{x}{1+x}$

③ $y = \frac{x}{1-x}$

해설

$$y = -\frac{1}{x} + 1 \text{ 에서 } \frac{1}{x} = 1 - y$$

$$1 = (1 - y)x, x = \frac{1}{1 - y}$$

$$\therefore y = \frac{1}{1 - x}$$

9. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + x - 5$ 일 때, $(f \circ f)(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= (x^3 + x^2 + x - 5)^3 \\ &\quad + (x^3 + x^2 + x - 5)^2 + (x^3 + x^2 + x - 5) - 5\end{aligned}$$

$(f \circ f)(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 나머지 정리에 의하여 위의 식에 $x=1$ 을 대입한 것과 같다.

$$f(1) = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(f(1)) = (-2)^3 + (-2)^2 + (-2) - 5 = -11$$

10. $2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{37}{13}$ 을 만족시키는 정수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$ 의

값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

2를 우변으로 이항하고 정리하면

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{11}{13}$$

역수를 취하면 $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{13}{11} = 1 + \frac{2}{11}$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{또, } y + \frac{1}{z} = \frac{11}{2} = 5 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = 5, z = 2$$

따라서 $x + y + z = 8$

11. $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라 할 때, $(x+2y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\sqrt{4 + \sqrt{12}} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 = 2.\times\times\dots$$

$$\therefore x = 2, y = (\sqrt{3} + 1) - 2 = \sqrt{3} - 1$$

$$(x + 2y)^2 = \{2 + 2(\sqrt{3} - 1)\}^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

12. $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 - y^3 - 3(x - y)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} \\&= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$y = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore x - y = \sqrt{2}, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned}&x^3 - y^3 - 3(x - y) \\&= (x - y)^3 + 3xy(x - y) - 3(x - y) \\&= (\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

13. 유리수 a, b 가 다음 두 조건을 만족할 때, b 의 값은?

$$\textcircled{\text{㉠}} (a + \sqrt{3})(3 + b\sqrt{3}) = -3(1 + \sqrt{3})$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \neq \sqrt{\frac{a}{b}}$$

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

조건 ㉠에서 좌변을 정리하면

$$(3a+3b)+(ab+3)\sqrt{3} = -3-3\sqrt{3} \text{ 무리식의 상등에서 } 3a+3b = -3, ab+3 = -3$$

$$\therefore a+b = -1, ab = -6$$

따라서 a, b 는 $x^2 + x - 6 = 0$ 의 두 근이다.

$$(x-2)(x+3) = 0 \quad \therefore x = 2, -3$$

조건 ㉡에서 $a > 0, b < 0$ 이므로 $b = -3$

14. 무리함수 $y = \sqrt{a-x} - 1$ 의 그래프가 원점을 지나고 정의역이 $\{x \mid x \leq \alpha\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq \beta\}$ 일 때, $a + \alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

주어진 무리함수의 그래프가

점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \sqrt{a-1}$$

$$\therefore a = 1$$

즉, 주어진 무리함수는 $y = \sqrt{1-x} - 1$ 이고

$1-x \geq 0$ 에서 $x \leq 1$ 이므로

정의역은 $\{x \mid x \leq 1\}$

$$\therefore \alpha = 1$$

또, $y = \sqrt{1-x} - 1$ 에서

$$y+1 = \sqrt{1-x} - 1 \text{ 이므로 } y+1 \geq 0$$

치역은 $\{y \mid y \geq -1\}$

$$\therefore \beta = -1$$

$$\therefore a + \alpha + \beta = 1$$

15. 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $a > 0, b < 0$ 이면 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이다.

㉡ $b > 0$ 이면 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 1 사분면을 지난다.

㉣ $y = -a\sqrt{-bx}$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $a > 0$ 이면 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4 사분면을 지난다.

㉣ $y = -a\sqrt{-bx}$ 의 그래프와 원점에 대하여 대칭이다.

따라서 옳은 것은 ㉠ 이다.

16. $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$ 에서 함수 $y = \sqrt{3x+a} + 2$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 2 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = \sqrt{3x+a} + 2 = \sqrt{3\left(x + \frac{a}{3}\right)} + 2$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

i) $x = -\frac{1}{3}$ 일 때 최솟값을 가지므로

$$2 = \sqrt{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + a} + 2 \quad \therefore a = 1$$

ii) $x = \frac{8}{3}$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$b = \sqrt{3 \cdot \frac{8}{3} + 1} + 2 = 5$$

i), ii) 에서 $a+b = 1+5 = 6$

17. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x+k\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 1$ ② $k > \frac{5}{4}$ ③ $1 < k < 5$
 ④ $1 \leq k < \frac{5}{4}$ ⑤ $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

해설

$n(A \cap B) = 2$ 는 $y = \sqrt{x+1}$ 과

$y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.

(i) 두 그래프가 접할 때,

$$\sqrt{x+1} = x+k$$

$$x+1 = x^2 + 2kx + k^2 \quad (x \geq -1)$$

$$x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 \quad (x \geq -1)$$

이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2 - 1) = 0$$

$$-4k + 5 = 0$$

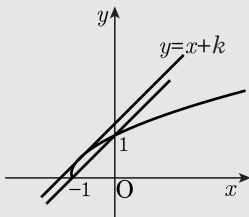
$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

(ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$$

(i), (ii) 에 의하여

$$\therefore 1 \leq k < \frac{5}{4}$$



18. 일차 이하의 다항함수 $y = f(x)$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

I. $f(0) \leq f(1)$

II. $f(2) \geq f(3)$

III. $f(1) = 1$

이 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

< 보기 >

㉠ $f(2) = 1$

㉡ $f(3) = 3f(1)$

㉢ $f(-1) > f(1)$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

일차 이하의 다항함수 중

조건 I, II를 만족하는 함수는

상수함수이므로 조건 III에 의하여 $f(x) = 1$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

19. $f(5) = 10$, $f(10) = 30$ 이고 $g(x) = ax - 10$ 인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f^{-1} \circ g = f$ 를 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 8$

해설

$$f \circ (f^{-1} \circ g) = f \circ f \text{ 에서}$$

$$g = f \circ f \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

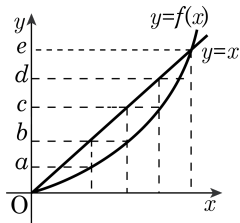
$$g(5) = f(f(5)) = f(10) = 30 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\therefore 5a - 10 = 30$$

따라서 구하는 a 의 값은 8 이다.

20. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \circ f)^{-1}(b)$ 의 값은?

- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e



해설

$$(f \circ f)^{-1}(b) = (f^{-1} \circ f^{-1})(b) = f^{-1}(f^{-1}(b))$$

$$f^{-1}(b) = k \text{ 라고 하면, } f(k) = b$$

$$\therefore k = c \quad \therefore f^{-1}(f^{-1}(b)) = f^{-1}(c)$$

$$\text{또, } f^{-1}(c) = t \text{ 라고 하면, } f(t) = c$$

$$\therefore t = d \quad \therefore (f \circ f)^{-1}(b) = d$$

21. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6

② -4

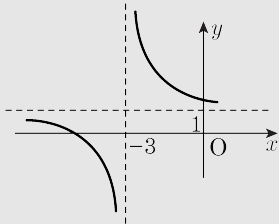
③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{6}{3} = 2, \therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$$

22. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2-x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ f)(k) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f \circ f)(k) = f(f(k)) = 2$ 에서

$f(k) = k'$ 이라 하면 $f(k') = 2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y = 1 - \sqrt{x}$ 이고, $y \leq 1$ 이므로

함숫값이 2 가 될 수 없다.

$\therefore k' < 0$

ii) $k' < 0$ 이므로

$$f(k') = \sqrt{2-k'} = 2$$

$$2 - k' = 4 \quad \therefore k' = -2$$

$f(k) = -2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k < 0$ 이면

$y = \sqrt{2-x}$ ($x < 0$) 이고, $y > \sqrt{2}$ 이므로

함숫값이 -2 가 될 수 없다.

$\therefore k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$$f(k) = 1 - \sqrt{k} = -2$$

$$\therefore k = 9$$

23. 한 평면에 서로 다른 n 개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수의 최솟값을 $f(n)$, 최댓값을 $g(n)$ 이라 하자. 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $f(2) = 3, g(2) = 4$ 이다.
 ㉡ 모든 n 에 대하여 $f(n) = n + 1$ 이다.
 ㉢ 모든 n 에 대하여 $g(n) \leq f(n + 1)$ 이다.

① ㉠

② ㉡

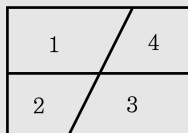
③ ㉢, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

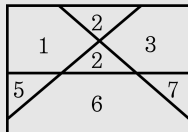
해설

㉠



위의 그림에서 $f(2) = 3, g(2) = 4$ 이다. (참)

㉡



한 평면에서 서로 다른 n 개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수가 최소가 되는 것은 n 개의 직선이 평행일 때이다.

즉, $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 4, \dots$ 이므로 $f(n) = n + 1$ (참)

㉢ [반례] $f(4) = 5, g(3) = 7$ 이므로 $g(3) > f(4)$ 이다.(거짓)
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

24. 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수 f 를

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & (n \text{이 } 2 \text{의 배수일 때}) \\ n+1 & (n \text{이 } 2 \text{의 배수가 아닐 때}) \end{cases} \quad \text{로 정의하자.}$$

$f = f^1$, $f \circ f = f^2$, $f \circ f^2 = f^3$, $\dots$, $f \circ f^n = f^{n+1}$ 으로 나타낼 때, $f^k(10) = 2$ 를 만족하는 자연수 k 의 최솟값은? (단, n 은 자연수 이다.)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f^k(10)$ 에 $k = 1, 2, 3, \dots$ 을 차례로 대입하면

$$f(10) = 5$$

$$f^2(10) = f(f(10)) = f(5) = 6$$

$$f^3(10) = f(f^2(10)) = f(6) = 3$$

$$f^4(10) = f(f^3(10)) = f(3) = 4$$

$$f^5(10) = f(f^4(10)) = f(4) = 2$$

따라서, $f^k(10) = 2$ 가 되는 k 의 최솟값은 5이다.

25. 어느 도시의 택시 요금은 주행 거리 2km 미만에서는 1000 원이고, 2km가 되는 순간에 1200 원이 되고 그 후부터는 매 500m 증가할 때마다 200 원씩 요금이 추가된다고 한다. 택시를 타고 간 거리가 x km(단, $x > 2$)일 때의 택시 요금을 나타내는 식은? (단, $|x|$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다.)

① $1000 + 200|x|$

② $1000 + 200(|x| - 1)$

③ $1000 + 200(|x| - 1)$

④ $1000 + 200(|x| - 2)$

⑤ $1000 + 200(|2x| - 3)$

해설

거리 x 가 $2 < x < 2.5$ 일 때

$4 < 2x < 5$ 이므로 $|2x| = 4$ 이고

요금은 $1000 + 200 \times 1 = 1000 + 200(|2x| - 3)$ 원이다.

$2.5 \leq x < 3$ 일 때

$5 \leq 2x < 6$ 이므로 $|2x| = 5$ 이고

요금은 $1000 + 200 \times 2 = 1000 + 200(|2x| - 3)$ 원이다.

$3 \leq x < 3.5$ 일 때

$6 \leq 2x < 7$ 이므로 $|2x| = 6$ 이고

요금은 $1000 + 200 \times 3 = 1000 + 200(|2x| - 3)$ 원이다.

따라서 x km를 타고 갔을 때, 요금은

$1000 + 200(|2x| - 3)$ 원이라고 추정할 수 있다.