1. 분수함수 $y=\dfrac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선이 $x=1,\ y=6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5　② 5　③ -7　④ 7　⑤ $\dfrac{3}{4}$

해설

$y=\dfrac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선은 $x=1,\ y=6$ 이므로

$y=\dfrac{6(x-1)+9}{x-1}=\dfrac{9}{x-1}+6$

$\therefore\ a=-1,\ b=6$

$\therefore\ a+b=5$

2. 함수 $y = \dfrac{2}{x+3} - 4$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$일 때, $a - b$의 값은?

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3$, $y = -4$이므로 $a - b = 1$

3. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 눈의 합이 4 또는 6 이 되는 경우의 수는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

눈의 합이 4 인 경우는 $(1,3),(2,2),(3,1)$ 의 3가지,
눈의 합이 6 인 경우는
$(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)$ 의 5 가지
따라서 구하는 경우의 수는 $3+5=8$ (가지)

4. 2560 의 양의 약수의 개수는?

① 9 ② 16 ③ 20 ④ 22 ⑤ 27

해설

$2560 = 2^9 \times 5$ 이므로 양의 약수의 개수는
$(9+1) \times (1+1) = 20$

5. n명의 학생에게 n장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 120이다. n의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

n명의 학생에게 n장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

$n! = 120$

$\therefore\ n = 5$

6. 함수 $y=\dfrac{x-6}{x-4}$의 정의역은 $x\neq a$인 모든 실수이고 치역은 $y\neq b$인 모든 실수이다. 이때, $a-b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y=\dfrac{x-6}{x-4}$ 의 정의역이 $x\neq a$인 모든 실수이고

치역이 $y\neq b$ 인 모든 실수이면 $x=a,\ y=b$는 점근선이다.

따라서 $y=\dfrac{(x-4)-2}{x-4}=\dfrac{-2}{x-4}+1$에서

$a=4,\ b=1$이므로

$\therefore a-b=4-1=3$

7. 함수 $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x=3$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y=2$ 이다.

③ 함수 $y=\dfrac{2}{x}+2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 x축을 지나지 않는다.

⑤ 함수 $y=\dfrac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$y=\dfrac{2x-4}{x-3}=\dfrac{2(x-3)+2}{x-3}=\dfrac{2}{x-3}+2$

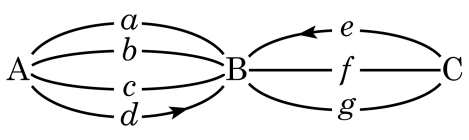
그러므로 함수의 점근선은 $x=3,\ y=2$이고

$y=\dfrac{2}{x}$의 그래프를 x축 방향으로 3만큼,

y축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

8. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개

④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \to B$, $B \to C$, $C \to B$, $B \to A$ 의 길의 가지수는 각각 $4, 2, 3, 3$ 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

9. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}}$$

$$= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}$$

$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}$ 을 풀면

$7n^2 - 51n + 14 = 0$

$(7n-2)(n-7) = 0$

$\therefore n = \frac{2}{7}$ 또는 $n = 7$

${}_nP_3$ 에서 n은 3 이상의 자연수이므로

$\therefore n = 7$

10. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$

$120 = 6 \times 5 \times 4$ 이므로 $n = 6$

11. 분수식 $\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{-2}{x-2}+\dfrac{x^2+x+6}{x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\dfrac{1}{x^2-4}$ ② $\dfrac{-1}{x^2-4}$ ③ $\dfrac{x}{x^2-4}$

④ $\dfrac{-x}{x^2-4}$ ⑤ $\dfrac{x^2}{x^2-4}$

해설

$$\begin{aligned}&\frac{1}{x+2}+\frac{-2}{x-2}+\frac{x^2+x+6}{x^2-4}\\&=\frac{x-2-2x-4+x^2+x+6}{x^2-4}\\&=\frac{x^2}{x^2-4}\end{aligned}$$

12. $f(x)=\dfrac{1}{x}$, $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$ 일 때, $f(1)g(1)+f(2)g(2)+f(3)g(3)+\cdots+f(49)g(49)$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{48}{49}$ ② $\dfrac{50}{49}$ ③ $\dfrac{51}{49}$ ④ $\dfrac{49}{50}$ ⑤ $\dfrac{51}{50}$

해설

$$f(x)g(x)=\frac{1}{x}\times\frac{1}{x+1}$$
$$=\frac{1}{(x+1)-x}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\ \text{이므로}$$
(주어진 식) $=$
$$\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{49}-\frac{1}{50}\right)=1-\frac{1}{50}=\frac{49}{50}$$

13. 등식 $\dfrac{255}{157} = a + \dfrac{1}{b + \dfrac{1}{c + \dfrac{1}{d + \dfrac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$ 의 합은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\frac{225}{157} = 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}$$

$\therefore\ a = 1,\ b = 2,\ c = 3,\ d = 4,\ e = 5$

$\therefore\ a + b + c + d + e = 15$

14. $x^2 - x + 1 = 0$일 때, $x^3 + 2x^2 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^2 - x + 1 = 0$에서 양변을 x로 나누면

$x - 1 + \frac{1}{x} = 0,\ x + \frac{1}{x} = 1$

(주어진 식)

$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$+ 2\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right\} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = -1$

15. 점근선이 $x = -2$, $y = 3$이고, 점 $(0, 5)$를 지나는 유리함수 $f(x)$의 $-6 \le x \le -4$에서의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \dfrac{k}{x+2} + 3, (k \neq 0)$

$5 = \dfrac{k}{0+2} + 3 \quad \therefore\ k = 4$

$f(x) = \dfrac{4}{x+2} + 3$

$x = -6$일 때, $M = \dfrac{4}{-6+2} + 3 = 2$

$x = -4$일 때, $m = \dfrac{4}{-4+2} + 3 = 1$

$\therefore\ Mm = 2 \times 1 = 2$

16. $a : b = c : d$일 때, [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $abcd \neq 0$, $b+2d \neq 0$, $a-2b \neq 0$, $c-3d \neq 0$이다.)

보기

㉠ $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$　　㉡ $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a+2c}{b+2d}$

㉢ $\dfrac{a+2b}{a-2b} = \dfrac{c+3d}{c-3d}$

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d} \cdots$ 참

㉡ $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a+2c}{b+2d} \Rightarrow a(b+2d) = b(a+2c)$

$2ad = 2bc,\ ad = bc \cdots$ 참

㉢ $(a+2b)(c-3d) = (c+3d)(a-2b)$

$4bc = 6ad \cdots$ 거짓

17. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

㉠ $y=\dfrac{1}{x-2}-1$	㉡ $y=\dfrac{4}{x+2}-1$
㉢ $y=\dfrac{2}{x-3}-1$	㉣ $y=\dfrac{-2}{x-1}+1$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠, ㉢는 제2사분면을 지나지 않는다.
㉡는 모든 사분면을 지난다.
㉣는 제3사분면을 지나지 않는다.

18. 함수 $f_1(x)=\dfrac{2x+3}{-x-1}$ 에 대하여 $f_{n+1}=f_1\circ f_n(n=1,2,3,\cdots)$ 이라 할 때, $f_{100}(1)$의 값은?

① -1 ② $-\dfrac{5}{2}$ ③ $-\dfrac{4}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$f_1(x)=\dfrac{2x+3}{-x-1}$ 에서 $f_1(1)=-\dfrac{5}{2}$

$f_2(1)=(f_1\circ f_1)(1)=f_1\left(-\dfrac{5}{2}\right)$

$=\dfrac{-\dfrac{10}{2}+3}{\dfrac{5}{2}-1}=-\dfrac{4}{3}$

$f_3(1)=(f_1\circ f_2)(1)=f_1\left(-\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{-\dfrac{8}{3}+3}{\dfrac{4}{3}-1}=1$

$f_4(1)=(f_1\circ f_3)(1)=f_1(1)=-\dfrac{5}{2}$

$\therefore f_4=f_1,\ f_5=f_2,\ f_6=f_3,\cdots$

$\therefore f_{3n+1}=f_1,\ f_{3n+2}=f_2,\ f_{3n}=f_3$

$100=3\times33+1$이므로

$\therefore\ f_{100}(1)=f_1(1)=-\dfrac{5}{2}$