

1. 분수함수 $y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선이 $x=1, y=6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5

② 5

③ -7

④ 7

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선은 $x=1, y=6$ 이므로

$$y = \frac{6(x-1)+9}{x-1} = \frac{9}{x-1} + 6$$

$$\therefore a = -1, b = 6$$

$$\therefore a + b = 5$$

2. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

3. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 눈의 합이 4 또는 6 이 되는 경우의 수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

눈의 합이 4 인 경우는 $(1, 3), (2, 2), (3, 1)$ 의 3 가지,
눈의 합이 6 인 경우는

$(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$ 의 5 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3 + 5 = 8$ (가지)

4. 2560 의 양의 약수의 개수는?

① 9

② 16

③ 20

④ 22

⑤ 27

해설

$2560 = 2^9 \times 5$ 이므로 양의 약수의 개수는
 $(9 + 1) \times (1 + 1) = 20$

5. n 명의 학생에게 n 장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 120이다. n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

n 명의 학생에게 n 장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

$$n! = 120$$

$$\therefore n = 5$$

6. 함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a, y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-4)-2}{x-4} = \frac{-2}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4, b = 1$ 이므로

$\therefore a - b = 4 - 1 = 3$

7. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.

③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.

⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

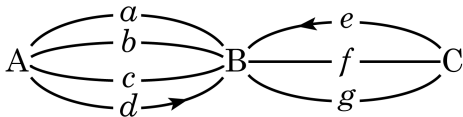
그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

8. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



- ① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개
 ④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ 의 길의 가지수는 각각 4, 2, 3, 3
 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

9. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \text{ 을 풀면}$$

$$7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$(7n-2)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7$$

${}_nP_3$ 에서 n 은 3 이상의 자연수이므로

$$\therefore n = 7$$

10. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

$${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$$

$$120 = 6 \times 5 \times 4 \text{ 이므로 } n = 6$$

11. 분수식 $\frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{x^2-4}$

② $\frac{-1}{x^2-4}$

③ $\frac{x}{x^2-4}$

④ $\frac{-x}{x^2-4}$

⑤ $\frac{x^2}{x^2-4}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x-2-2x-4+x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x^2}{x^2-4} \end{aligned}$$

12. $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x+1}$ 일 때, $f(1)g(1) + f(2)g(2) + f(3)g(3) + \cdots + f(49)g(49)$ 의 값을 구하면?

① $\frac{48}{49}$

② $\frac{50}{49}$

③ $\frac{51}{49}$

④ $\frac{49}{50}$

⑤ $\frac{51}{50}$

해설

$$\begin{aligned} f(x)g(x) &= \frac{1}{x} \times \frac{1}{x+1} \\ &= \frac{1}{(x+1) - x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \quad \text{이므로} \end{aligned}$$

(주어진 식) =

$$\begin{aligned} &\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{50}\right) = 1 - \frac{1}{50} = \\ &\frac{49}{50} \end{aligned}$$

13. 등식 $\frac{255}{157} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e

의 합은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} \frac{225}{157} &= 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 15$$

14. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + 2x^2 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x - 1 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 1$$

(주어진 식)

$$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$+ 2\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right\} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = -1$$

15. 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 이고, 점 $(0, 5)$ 를 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-6 \leq x \leq -4$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \frac{k}{x+2} + 3, (k \neq 0)$$

$$5 = \frac{k}{0+2} + 3 \quad \therefore k = 4$$

$$f(x) = \frac{4}{x+2} + 3$$

$$x = -6 \text{ 일 때, } M = \frac{4}{-6+2} + 3 = 2$$

$$x = -4 \text{ 일 때, } m = \frac{4}{-4+2} + 3 = 1$$

$$\therefore Mm = 2 \times 1 = 2$$

16. $a : b = c : d$ 일 때, [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $abcd \neq 0$, $b + 2d \neq 0$, $a - 2b \neq 0$, $c - 3d \neq 0$ 이다.)

보기

$$\textcircled{㉠} \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d}$$

$$\textcircled{㉢} \frac{a+2b}{a-2b} = \frac{c+3d}{c-3d}$$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \dots \text{참}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d} \Rightarrow a(b+2d) = b(a+2c)$$

$$2ad = 2bc, ad = bc \dots \text{참}$$

$$\textcircled{㉢} (a+2b)(c-3d) = (c+3d)(a-2b)$$

$$4bc = 6ad \dots \text{거짓}$$

17. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{x-2} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{4}{x+2} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{2}{x-3} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{-2}{x-1} + 1$$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠, ㉢는 제2사분면을 지나지 않는다.

㉡는 모든 사분면을 지난다.

㉣는 제3사분면을 지나지 않는다.

18. 함수 $f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1}$ 에 대하여 $f_{n+1} = f_1 \circ f_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이라 할 때, $f_{100}(1)$ 의 값은?

① -1

② $-\frac{5}{2}$

③ $-\frac{4}{3}$

④ 1

⑤ 2

해설

$$f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1} \text{ 에서 } f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

$$f_2(1) = (f_1 \circ f_1)(1) = f_1\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$= \frac{-\frac{10}{2} + 3}{\frac{5}{2} - 1} = -\frac{4}{3}$$

$$f_3(1) = (f_1 \circ f_2)(1) = f_1\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-\frac{8}{3} + 3}{\frac{4}{3} - 1} = 1$$

$$f_4(1) = (f_1 \circ f_3)(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore f_4 = f_1, f_5 = f_2, f_6 = f_3, \dots$$

$$\therefore f_{3n+1} = f_1, f_{3n+2} = f_2, f_{3n} = f_3$$

$$100 = 3 \times 33 + 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f_{100}(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$