1. 10 원짜리 동전 5 개, 100 원짜리 동전 4 개, 1000 원짜리 지폐 1 장이 있을 때, 이들을 전부 또는 일부 사용하여 지불할 수 있는 금액은 몇 가지인지 구하여라.

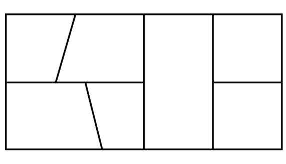
▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 59 가지

해설

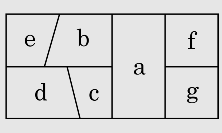
10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3, 4, 5 개 사용할 수 있고 이들 각각에 100 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3, 4 개 사용할 수 있고 여기에 1000 원짜리 지폐 0, 1 개를 각각 사용할 수 있다.
그런데 10 원짜리 동전 0 개, 100 원짜리 동전 0 개, 1000 원자리 지폐 0 개를 동시에 사용하는 것은 의미가 없으므로 구하는 경우의 수는
$6 \times 5 \times 2 - 1 = 59$ (가지)

2. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 5 가지 색을 사용하여 다음 그림과 같은 도형의 각 면을 색칠하려고 한다. 변의 일부 또는 전부를 공유하는 두 면은 같은 색을 사용하지 않도록 할 때, 모든 면을 색칠하는 방법의 수는?



① 4020　② 5160　③ 6480　④ 7260　⑤ 8400

해설



a 에 색칠하는 방법의 수는 5 가지
b 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지
c 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지
d 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지
e 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지이므로
a, b, c, d, e 에 색칠하는 방법의 수는
$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)
f 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지
g 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지 이므로
f, g 에 색칠하는 방법의 수는 $4 \times 3 = 12$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
$540 \times 12 = 6480$ (가지)

3. 다항식 $(a+b+c)(p+q+r)-(a+b)(s+t)$ 를 전개하였을 때 항의 개수는?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(a+b+c)(p+q+r)$ 의 전개식의 항의 개수는
$3 \times 3 = 9$
$(a+b)(s+t)$ 의 전개식의 항의 개수는
$2 \times 2 = 4$
따라서 구하는 항의 개수는 $9+4=13$ 이다.

4. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{(나}})$ 임을 보인 것이다.

> 10개의 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 9,10중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
> 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.
> 따라서 다음 등식이 성립한다.
> ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, 5{}_9P_5$ ② $5{}_9P_4,\ {}_9P_5$ ③ ${}_9P_4,\ {}_8P_5$
④ ${}_8P_4,\ 4{}_9P_5$ ⑤ $4{}_9P_4,\ {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서
4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 +{}_9 P_5$

5. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 12가지

해설

${}_4P_2 = 12$

6. n 권의 책이있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_{n}P_{2}$ 가지이므로
${}_{n}P_{2} = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore \ (n+6)(n-7) = 0$
한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

7. 백인종 2 명, 흑인종 3 명, 황인종 2 명을 일렬로 세울 때, 백인종은 백인종끼리, 흑인종은 흑인종끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구하면?

① 24 ② 144 ③ 210 ④ 288 ⑤ 720

해설

백인종과 흑인종을 각각 한 묶음으로 본다.

$4! \times 2! \times 3! = 288$

8. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

해설

10 개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6 개이다. 이 6 개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow {}_7P_4 = 840$

9. 7 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 에서 서로 다른 5 개의 숫자를 택하여 5 자리의 정수를 만들 때, 4 의 배수인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 624 개

해설

4 의 배수이려면 끝의 두자리 수가 4 의 배수이어야 하므로 5자리 수의 숫자 배열은 다음 중 하나이다.

□□□ 04	□□□ 24
□□□ 12	□□□ 32
□□□ 16	□□□ 36
□□□ 20	□□□ 40
□□□ 52	
□□□ 56	
□□□ 60	
□□□ 64	

∴ 구하는 개수는 $4 \times {}_5P_3 + 8 \times ({}_5P_3 - {}_4P_2) = 240 + 384 = 624$

10. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$

11. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이 면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?

$\boxed{2}\ \boxed{5}\ \boxed{7}\ \boxed{3}\ \boxed{6}$

① 120　② 180　③ 240　④ 300　⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는 $1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.
이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수 중에서
3개를 택하여 나열하는 방법의수는
${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

12. 15명의 육상부 학생 중에서 학교 대표 계주 선수 4명을 뽑으려고 한다. 교내 달리기 대회에서 우승한 2명의 육상부 학생이 선발되는 경우의 수를 a , 선발되지 않는 경우의 수를 b 라 할 때, $b-a$ 의 값은?

① 628　② 631　③ 634　④ 637　⑤ 640

해설

$a = {}_{13}C_2 = 78$, $b = {}_{13}C_4 = 715$

$\therefore\ b - a = 715 - 78 = 637$

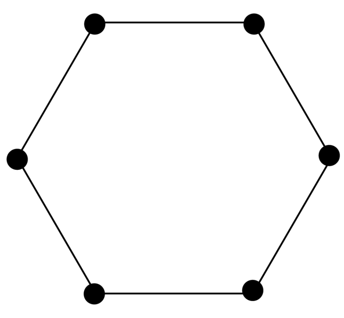
13. 집합 $X = \{a,\ b,\ c,\ d\}$ 에 대하여 X에서 X로의 일대일 대응의 개수는?

① 16 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 42 개 ⑤ 54 개

해설

집합 X의 원소를 나열하는 방법의 수와 같다.
${}_4P_4 = 24$(개)

14. 그림과 같은 정육각형의 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?

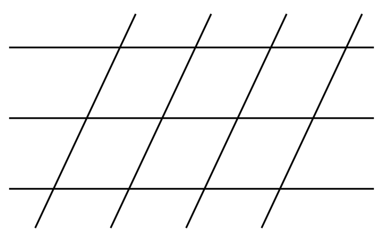


① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

정육각형의 6 개의 점 중 3 개를 선택하는 경우와 같다.
$\Rightarrow {}_6C_3 = 20$

15. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



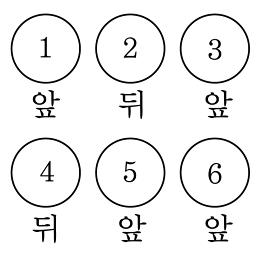
① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

16. 다음 그림과 같이 1부터 6까지의 번호가 붙어 있는 동전 6개 중에서 2개를 뒤집어서 앞면과 뒷면의 개수가 변하지 않게 하려 한다. 서로 다른 방법은 모두 몇 가지 있는가?



① 4가지 ② 8가지 ③ 12가지
④ 16가지 ⑤ 24가지

해설

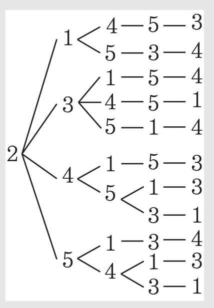
앞면과 뒷면의 개수가 변하지 않으려면, 앞면 하나와 뒷면 하나를 뒤집어야 한다.
따라서 $4 \times 2 = 8$ 가지

17. 1, 2, 3, 4, 5 를 일렬로 배열할 때 i 번째 숫자를 $a_i(1 \le i \le 5)$ 라고 하면$(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4)(a_5 - 5) \neq 0$ 인 경우의 수는 몇 가지인지 구하시오.

▶ 답 : ________ 가지

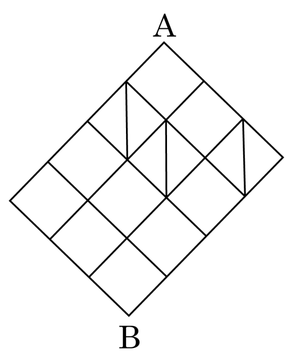
▷ 정답 : 44 가지

해설



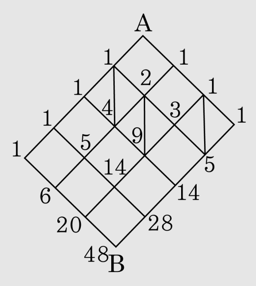
$(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)\ (a_4 - 4)(a_5 - 5) \neq 0$ 인 것은 $a_1 \neq 1, a_2 \neq 2, a_3 \neq 3, a_4 \neq 4, a_5 \neq 5$ 인 것을 뜻한다.
$a_1 \neq 1$ 이므로 $a_1 = 2, 3, 4, 5$ 인 경우에 따라서 조사한다.
$a_2 \neq 2$ 인 경우 $a_2 = 1, 3, 4, 5$ 의 네 가지 경우가 있으며, 위 수형도와 같이 조사해 보면 모두 11 가지가 있다.
$a_1 = 3, 4, 5$ 인 경우도 마찬가지이므로 구하는 모든 경우의 수는 $4 \times 11 = 44$ (가지)

18. 다음과 같은 통로가 있다. A 에 공을 넣으면 통로를 지나 B 로 나오게 되어 있다. A 에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나는 경로의 수는?



① 34　　② 36　　③ 41　　④ 48　　⑤ 52

해설



19. something의 9개의 문자를 일렬로 나열할 때, e와 i사이에 3개의 문자가 들어 있는 경우의 수는?

① 8400 ② 16800 ③ 33600

④ 50400 ⑤ 144000

해설

3 개의 문자를 선택하여 배열하는 경우의 수 : ${}_7P_3$
e와 i 를 배열하는 방법의 수 : 2
e 와 i 그리고 3 개의 문자를 하나로 보고 나머지 문자와 같이 배열하는 방법의 수 : 5!
${}_7P_3 \times 2 \times 5! = 50400$

20. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6 명이 앉는 방법의 수를 남학생 3 명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

21. ${}_1C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$ 의 값과 같은 것은?

① ${}_{11}C_6$　② ${}_{11}C_7$　③ ${}_{11}C_8$　④ ${}_{11}C_9$　⑤ ${}_{11}C_{10}$

해설

${}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r$

따라서 ${}_1C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$

$= {}_3C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9 = {}_4C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$

$\cdots = {}_{11}C_9$

22. 32명이 참가한 종합격투기 UFC대회 에서 8 명씩 4 개조로 나누어 리그전으로 예선전을 치른 후 각 조의 1 , 2 위인 8명이 토너먼트전으로 경기를 하여 최종강자를 가리려 한다. 이 UFC 대회에서 우승자를 가릴 때까지 치르게 되는 총 경기의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 경기

▷ 정답 : 119경기

해설

한 조의 여덟명이 리그전을 가질 때의 경기 수는

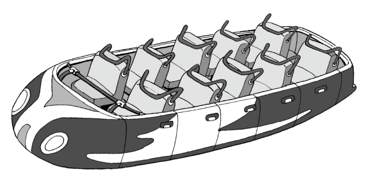
$$_8C_2 = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28 \text{ (경기)}$$

따라서, 4 개의 조에서 치르는 리그전의 경기 수는

$28 \cdot 4 = 112$ (경기) 이어 8 개 팀이 토너먼트전으로 치르는 경기의 수는 7 경기이다. 따라서 우승자를 가릴 때까지 치르게 되는 총 경기의 수는

$112 + 7 = 119$ (경기) 이다.

23. 남학생 2 명과 여학생 2 명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2 개의 의자가 있고 모두 5 줄로 되어 있다. 남학생 1 명과 여학생 1 명이 짝을 지어 2 명씩 같은 줄에 앉을 때, 4 명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 80 가지

해설

남학생을 A, B 라 하고, 여학생을 a, b 라 하면
짝을 이루는 방법은 (Aa, Bb), (Ab, Ba) 두 가지가
있다. 이때, 5 줄 중 2 줄에 앉아야 하고 각 줄에서
남학생과 여학생이 자리를 바꿀 수 있으므로
$2 \times {}_5\mathrm{C}_2 \times 2 \times 2 = 80$

24. 서로 다른 여섯 권의 책을 세 사람에게 선물로 주려고 한다. 세 사람에게 적어도 한 권 이상씩 주려고 할 때, 선물을 주는 방법의 수는?

① 500 가지 ② 540 가지 ③ 580 가지
④ 620 가지 ⑤ 660 가지

해설

서로 다른 여섯 권의 책을 세 사람에게 적어도 한 권 이상씩 주는 방법은 (4, 1, 1), (3, 2, 1), (2, 2, 2) 의 세 가지 경우가 있다.

$(4,1,1)$: ${}_6C_4 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$ (가지)

$(3,2,1)$: ${}_6C_3 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 \times 3! = 360$ (가지)

$(2,2,2)$: ${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3 = 90$ (가지)

따라서, 구하는 방법의 수는 $90 + 360 + 90 = 540$ (가지)

25. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84 ② 94 ③ 102 ④ 106 ⑤ 118

해설

중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하므로 한식 4 종류, 중식 2 종류, 일식 3 종류에서 모두 4 가지 종류의 음식을 주문하면 된다.

$\therefore {}_9C_4 = \dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$ (가지)

그런데 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되는 사건의 여사건은 한식만 주문하거나 한식과 중식만 주문하거나 중식과 일식만 주문하는 경우이다. 따라서 여사건의 종류와 그 경우의 수는 다음 표와 같다.

④한식	②중식	③일식	경우의수
4			${}_4C_4 = 1$
3	1		${}_4C_3 \times {}_2C_1 = 8$
2	2		${}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6$
	1	3	${}_2C_1 \times {}_3C_3 = 2$
	2	2	${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $126 - (1+8+6+2+3) = 106$ (가지)