

1. x 에 대한 이차방정식 $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값은?

① $-\frac{3}{2}, -2$

② $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$

③ $-\frac{7}{2}, 2$

④ $-\frac{2}{7}, 2$

⑤ $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

2. x 에 대한 이차방정식 $(m+3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값의 합은?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ 0

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (-2m)^2 - (m+3)(2m-1) = 0$$

$$4m^2 - (2m^2 + 5m - 3) = 0$$

$$2m^2 - 5m + 3 = 0$$

$$(m-1)(2m-3) = 0$$

$$\therefore m = 1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

$$\therefore 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

3. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x + \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$x + \frac{1}{x} = t \text{ 라 하고,}$$

양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$ 에서 x 는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

4. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 5

⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1 - k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D < 0$ 이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

5. 이차방정식 $x^2 + 2(k - a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k - a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

6. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

8. $x^2 + ax + b = 0$ (a, b 는 실수) 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

한 근이 $1 + i$ 이므로,
켈레근 $1 - i$ 도 식의 근.

$$(1 + i) + (1 - i) = -a$$

$$\therefore a = -2$$

9. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c 는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.

② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$ 이다.

④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단, $a \neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와
 x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

11. $|x - 1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x - 1| = 3 - |x|$ 에서,
 $|x| + |x - 1| = 3$ 이다.

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 3$$

$$\therefore x = -1$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 3$$

$0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x + (x - 1) = 3$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 해는

$x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

12. 실수 a, b 에 대하여 연산 $*$ 를 $a * b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식 $x * (x - 6) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 2\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x * (x - 6) = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -3, 2$$

$$\therefore \alpha = -3, \beta = 2 \ (\alpha < \beta)$$

$$\therefore \alpha + 2\beta = 1$$

13. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 해는 $x = a$ 또는 $x = p + qi$ 이다. 이 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라. (단, a, p, q 는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(-3+i)x + 2(1+i) = 0$$

$$2x^2 - 2(2+i)x + 2(1+i) = 0$$

$$x^2 - (2+i)x + 1+i = 0$$

$$(x-1)\{x-(1+i)\} = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 1+i$$

$$\therefore a + p + q = 3$$

14. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{3}i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 실수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

계수가 모두 실수이므로

다른 한 근은 $b - \sqrt{3}i$ 이다.

따라서 두 근의 근과 계수의 관계에서

$$a = (b + \sqrt{3}i)(b - \sqrt{3}i) = b^2 + 3$$

$$-6 = (b + \sqrt{3}i) + (b - \sqrt{3}i) = 2b,$$

$$b = -3, a = 12$$

따라서 $a + b = 9$

15. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$$

$$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$$

$$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$$

$$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$$

16. 다음 설명 중 틀린 것을 고르면?

① $x^2 + 5x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다.

② $x^2 + 5 = 0$ 는 두 허근을 가진다.

③ $m = 0$ 또는 4일 때, $x^2 - mx + m = 0$ 은 중근을 가진다.

④ $k \geq 1$ 일 때 $x^2 - 2x + 2 - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다

⑤ $x^2 - 6x + a = 0$ 은 $a = 9$ 일 때만 중근을 가진다.

해설

① $25 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$

② $0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0$

③ $(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = m(m - 4) = 0$

⑤ $9 - 1 \cdot a = 9 - a = 0, a = 9$

$\Rightarrow$ ④ $(-1)^2 - 1 \cdot (2 - k) = k - 1 > 0 \therefore k > 1$

17. x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 다음 [보기]의 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

㉠ $ax^2 + 2bx + c = 0$

㉡ $ax^2 + \frac{1}{2}bx + c = 0$

㉢ $cx^2 + bx + a = 0$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로

$$D = b^2 - 4ac > 0 \dots$$

㉠ $ax^2 + 2bx + c = 0$ 의 판별식은

$$D = (2b)^2 - 4ac = 4b^2 - 4ac$$

$$= 3b^2 + (b^2 - 4ac > 0)$$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ [반례] $a = 1, b = 3, c = 2$ 일 때

$x^2 + 3x + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖지만

$x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0$ 은 허근을 갖는다.

㉢ $cx^2 + bx + a = 0$ 의 판별식은

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

18. 이차방정식 $x^2 - 2kx + 9 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 3$ 이 되도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\pm 2\sqrt{2}$

② $\pm 2\sqrt{3}$

③ $\pm 2\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{6}$

⑤ ± 2

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 3α

$$\therefore \text{두 근의 곱은 } 3\alpha^2 = 9 \quad \therefore \alpha = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{두 근의 합은 } \alpha + 3\alpha = \pm 4\sqrt{3} = 2k$$

$$\therefore k = \pm 2\sqrt{3}$$

19. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것을 고르면?

① $x^2 + 4x + 1 = (x - 2 - \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$

② $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 + 2i)(x + 1 + 2i)$

③ $x^2 + 4 = (x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④ $2x^2 + 4x - 5 = \left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right) \left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤ $3x^2 - 6x + 1 = 3 \left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right) \left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

해설

근의 공식을 통해 나온 해를 바탕으로 인수분해 한다

① $x^2 + 4x + 1 = (x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3})$

② $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 - \sqrt{6})(x - 1 + \sqrt{6})$

③ $x^2 + 4 = (x + 2i)(x - 2i)$

④ $2x^2 + 4x - 5$

$$= 2 \left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right) \left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$$

⑤ $3x^2 - 6x + 1$

$$= 3 \left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right) \left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$$

20. 이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a < -1$ 또는 $a > 1$

② $a < -2$ 또는 $a > 2$

③ $1 < a < -1$

④ $-2 < a < 2$

⑤ $a = -1$ 또는 $a = 1$

해설

이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가
 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로
이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 에서
판별식의 값은 양이다.

$$\text{즉 } D = a^2 - 4 > 0$$

$$\therefore a < -2 \text{ 또는 } a > 2$$

21. 이차함수 $y = x^2 + ax + 3$ 의 그래프와 직선 $y = x + 3a$ 가 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $-12 < a < 1$

② $-12 < a < 2$

③ $-11 < a < 1$

④ $-11 < a < 2$

⑤ $-10 < a < 2$

해설

이차함수 $y = x^2 + ax + 3$ 의 그래프와
직선 $y = x + 3a$ 는 서로 만나지 않으므로
이차방정식 $x^2 + ax + 3 = x + 3a$,
즉 $x^2 + (a-1)x + 3 - 3a = 0$ 에서
 $D = (a-1)^2 - 4(3-3a) < 0$
 $a^2 + 10a - 11 < 0$, $(a+11)(a-1) < 0$
 $\therefore -11 < a < 1$

22. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$$\alpha + \beta = 3$$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$

즉, $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$ 이다.

$$\begin{aligned}\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} &= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} \\ &= \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$$

$f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$