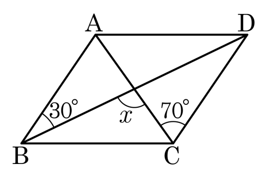
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ACD} = 70°$, $\angle\mathrm{ABD} = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°　② 50°　③ 70°

④ 80°　⑤ 100°

해설

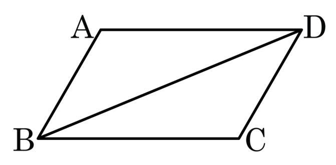
$\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD} = 70°$ 이고, $\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{CDB} = 30°$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle\mathrm{ACD} + \angle\mathrm{CDB}$

$= 70° + 30°$

$= 100°$

2. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.’ 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



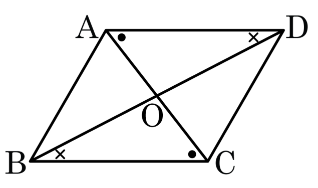
평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면
$\triangle ABD$ $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,
$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,
$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$　② $\overline{AB}$　③ $\overline{CD}$　④ $\overline{AD}$　⑤ $\overline{BD}$

해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동) 이다.

3. □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$, 점 O 는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점
△ABO 와 △CDO 에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$ ⋯㉠
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
②$\angle ABO = \angle CDO$ (<u>엇각관계</u>) ⋯㉡
③$\angle BAO = \angle DCO$ (<u>엇각관계</u>) ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ (④ <u>SAS 합동</u>)
$\therefore \overline{OA} = \overline{OC}$, ⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\overline{AB} = \overline{CD}$

② $\angle ABO = \angle CDO$ (<u>엇각관계</u>)

③ $\angle BAO = \angle DCO$ (<u>엇각관계</u>)

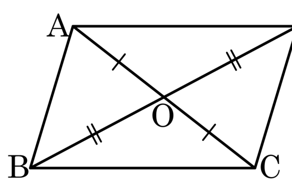
④ (<u>SAS 합동</u>)

⑤ $\overline{OB} = \overline{OD}$

해설

④ SAS 합동 → ASA 합동

4. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 □ABCD 에서
△OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{ㄱ}$)
따라서, △OAB ≡ △OCD (SAS 합동)
$\angle OAB =$ $\boxed{ㄴ}$ 이므로
∴ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC} \cdots$ ㉠
마찬가지로 △OAD ≡ △OCB 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
∴ $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAB

② ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAD

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠ODA

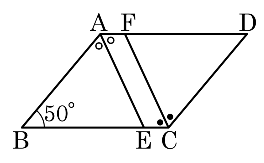
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : ∠OAD

해설

ㄱ: 맞꼭지각, ㄴ: ∠OCD

5. 다음 그림처럼 평행사변형 ABCD 에서 선분 AE와 선분 CF가 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선일 때, $\angle AEC$ 의 값을 구하여라.



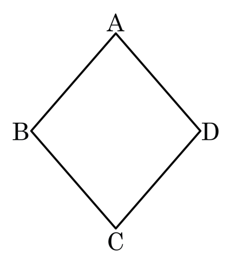
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 115 °

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$ 이다.
$\angle BAD = 2\angle EAF$ 이므로 $\angle EAF = 65°$ 이다.
사각형 AECF 는 평행사변형이므로 $\angle EAF + \angle AEC = 180°$
$\therefore \angle AEC = 180° - \angle EAF$
$= 180° - 65° = 115°$ 이다.

6. 다음 □ABCD 가 마름모일 때, 옳은 것은?



① $\angle A = \angle B$ 이다.

② $\angle A < 90°$ 이다.

③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

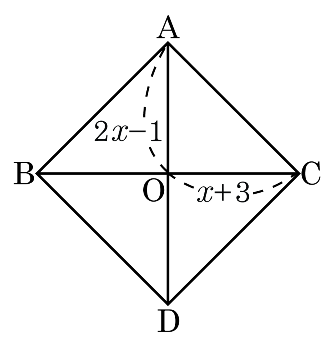
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 그 길이는 같지 않다. 따라서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 마름모ABCD 가 정사각형이 될 때, x 의 값으로 알맞은 것은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

정사각형은 두 대각선의 길이가 같다.
$2x - 1 = x + 3 \quad \therefore \ x = 4$

8. 다음 보기는 어떤 사각형에 대한 설명인가?

보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형

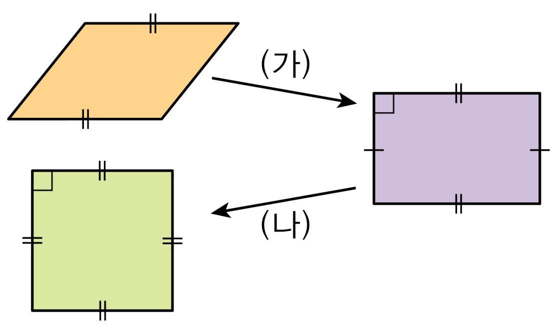
① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

마름모는 두 대각선의 길이가 같지 않다.

9. 다음 그림을 보고 (가), (나) 에 들어갈 조건을 바르게 나타낸 것은?



① (가) : 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
(나) : 한 내각의 크기가 90°이다.

② (가) : 한 내각의 크기가 90°이하이다.
(나) : 네 변의 길이가 모두 같다.

③ (가) : 한 내각의 크기가 90°이다.
(나) : 두 대각선이 서로 직교한다.

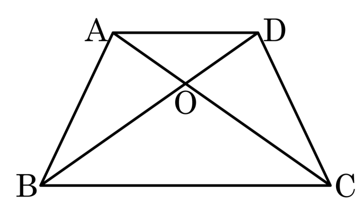
④ (가) : 두 대각선이 서로 직교한다.
(나) : 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ (가) : 두 대각선의 길이가 같다.
(나) : 한 내각의 크기가 90°이다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90°이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 직교하거나 네 변의 길이가 모두 같으면 된다.

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

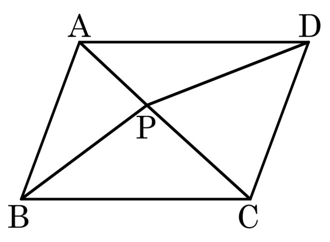


① 148 ② 150 ③ 162 ④ 175 ⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$18 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 36$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$36 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 72$
$\therefore \square ABCD = 18 + 36 + 36 + 72 = 162$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle\mathrm{ABP} = 21\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{BCP} = 26\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{CDP} = 28\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{APD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ cm²

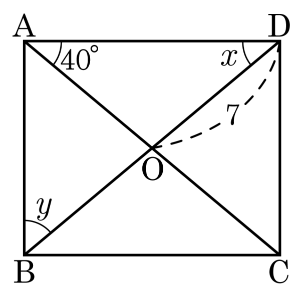
▷ 정답 : $23\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{CDP} = \triangle\mathrm{BCP} + \triangle\mathrm{APD}$ 이므로 $21 + 28 = 26 + \triangle\mathrm{APD}$

$\therefore \triangle\mathrm{APD} = 23\left(\mathrm{cm}^2\right)$

12. 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



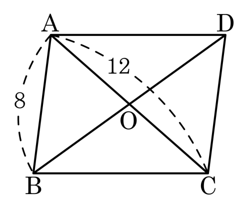
▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\triangle$OAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = 40^\circ$ 이다. $\angle AOB = 80^\circ$ 이다. $\triangle$OAB 는 이등변삼각형이므로 $(180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ = \angle y$ 이다. $\angle x + \angle y = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ 이다.

13. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$ 인 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{CD} = 8$

② $\angle A + \angle D = 180^\circ$

③ $\overline{BD} = 12$

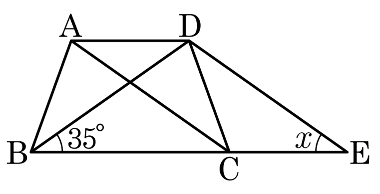
④ $\angle A = 90^\circ$

⑤ $\angle AOD = 90^\circ$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 되므로 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

14. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?



① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통
$\therefore\ \triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
$\angle ACB = \angle DBC = 35°$
$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로
$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)

15. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.
③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설
① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

16. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

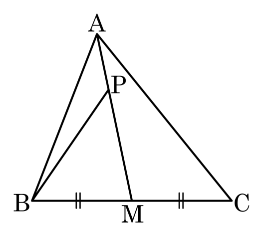
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1 에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

17. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PM} = 1 : 2$이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 20 cm^2

해설

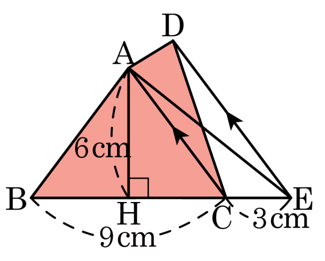
$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle ABM = 30\text{cm}^2$

$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 $1 : 2$이므로

$\triangle PBM = 30 \times \dfrac{2}{3} = 20(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



① $18cm^2$　　② $24cm^2$　　③ $27cm^2$

④ $30cm^2$　　⑤ $36cm^2$

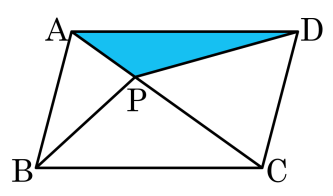
해설

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로 $\triangle ADC$와 $\triangle AEC$는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore\ \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(cm^2)$

19. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PC}} = 1 : 2$ 이고 $\square\mathrm{ABCD} = 60$ 일 때, $\triangle\mathrm{APD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

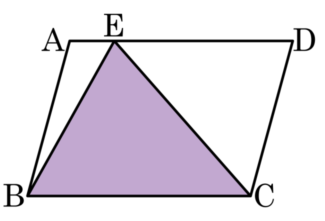
해설

$\triangle\mathrm{APD} + \triangle\mathrm{PBC} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = 30$

$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PC}} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle\mathrm{APD} = 30 \times \frac{1}{3} = 10$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 4$ 이고, $\triangle ABE = 4\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



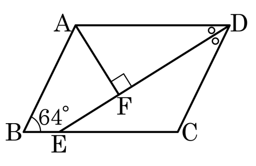
▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $20\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABE$, $\triangle ECD$, $\triangle EBC$ 의 높이는 같다.
$\overline{AE} + \overline{ED} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABE + \triangle ECD = \triangle EBC$.
$1 : 4 = 4\text{cm}^2 : \triangle ECD$, $\therefore \triangle ECD = 16\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle EBC = \triangle ABE + \triangle ECD = 4 + 16 = 20(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 64°$ 인 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선 위에 내린 수선의 발을 F 라 할 때, $\angle BAF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 58°

해설

$\angle ADF = \angle CDF = 64° \div 2 = 32°$

$\angle DAF = 180° - (32° + 90°) = 58°$

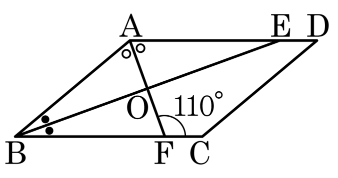
$\angle DAB = 180° - 64° = 116°$

$\therefore \angle BAF = \angle DAB - \angle DAF$

$= 116° - 58°$

$= 58°$

22. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}, \overline{BE}$ 는 각각 $\angle A, \angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AFC = 110°$ 일 때, $\angle DEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____°

▷ 정답: 160°

해설

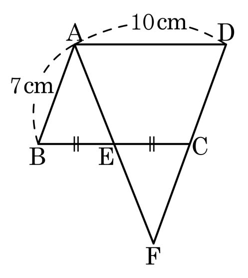
$\angle EAF = 180° - 110° = 70°$

$\angle B = 180° - \angle A = 180° - 140° = 40°$

$\angle AEB = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$

$\therefore \angle DEB = 180° - 20° = 160°$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?



① 7 cm　　② 9 cm　　③ 14 cm

④ 16 cm　　⑤ 18 cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 7\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}} = 5\,\mathrm{cm}$

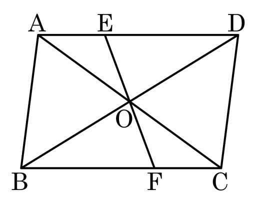
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)

$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)

$\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 7\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 14(\,\mathrm{cm})$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 2$, $\triangle OFC = 5\mathrm{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는 (   )cm^2 이다. (   )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAO = \angle FCO$,
$\angle EOA = \angle FOC$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)
$\therefore \triangle AOE = \triangle COF = 5(\mathrm{cm}^2)$
$\triangle AOE$ 와 $\triangle DOE$ 에서 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle DOE = 1 : 2$
$\therefore \triangle DOE = 2\triangle AOE = 10(\mathrm{cm}^2)$
$\triangle AOD = 5 + 10 = 15(\mathrm{cm}^2)$
$\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOD = \triangle DOC,\ \triangle AOB = \triangle COB,$
$\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle ADO,\ \triangle CBO = \triangle CDO$
$\rightarrow \triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \triangle DOA = 15(\mathrm{cm}^2)$
$\therefore$ □ABCD $= 15 \times 4 = 60(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

25. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣