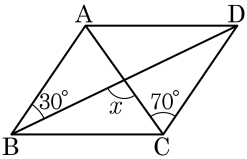
1. 평행사변형 ABCD에서 $\angle ACD = 70°$, $\angle ABD = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°　　② 50°　　③ 70°

④ 80°　　⑤ 100°

해설

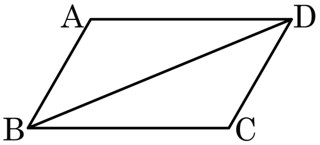
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD = 70°$ 이고, $\angle ABD = \angle CDB = 30°$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle ACD + \angle CDB$

$= 70° + 30°$

$= 100°$

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,

$\overline{AD} = \boxed{\quad} \cdots$ ㉡,

$\overline{BD}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)

$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$ ② $\overline{AB}$ ③ $\overline{CD}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{BD}$

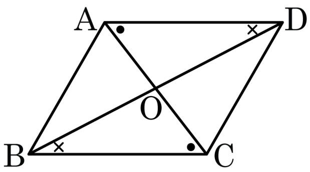
해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)이다.

3. □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$, 점 O는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점
△ABO 와 △CDO 에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\underline{\overline{AB}=\overline{CD}}$ ⋯㉠
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
②$\angle ABO=\angle CDO$ (엇각관계) ⋯㉡
③$\angle BAO=\angle DCO$ (엇각관계) ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
$\triangle ABO\equiv\triangle CDO$ (④ SAS 합동)
$\therefore \overline{OA}=\overline{OC}$, ⑤ $\underline{\overline{OB}=\overline{OD}}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\overline{AB}=\overline{CD}$

② $\angle ABO=\angle CDO$ (엇각관계)

③ $\angle BAO=\angle DCO$ (엇각관계)

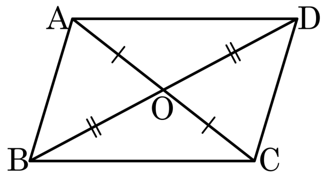
④ (SAS 합동)

⑤ $\overline{OB}=\overline{OD}$

해설

④ SAS 합동 → ASA 합동

4. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 □ABCD 에서
△OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{ㄱ}$)
따라서, △OAB ≡ △OCD (SAS 합동)
$\angle OAB =$ $\boxed{ㄴ}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{DC} \cdots$ ㉠
마찬가지로 △OAD ≡ △OCB 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
$\therefore \overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAB$

② ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAD$

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle ODA$

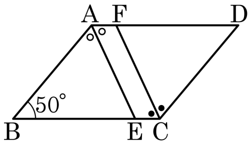
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : $\angle OAD$

해설

ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$

5. 다음 그림처럼 평행사변형 ABCD 에서 선분 AE와 선분 CF가 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선일 때, $\angle AEC$ 의 값을 구하여라.



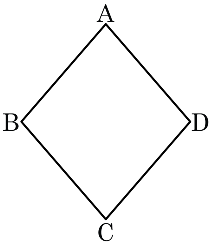
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 115 °

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$ 이다.
$\angle BAD = 2\angle EAF$ 이므로 $\angle EAF = 65°$ 이다.
사각형 AECF 는 평행사변형이므로 $\angle EAF + \angle AEC = 180°$
$\therefore \angle AEC = 180° - \angle EAF$
$= 180° - 65° = 115°$ 이다.

6. 다음 □ABCD 가 마름모일 때, 옳은 것은?



① $\angle A = \angle B$ 이다.

② $\angle A < 90°$ 이다.

③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

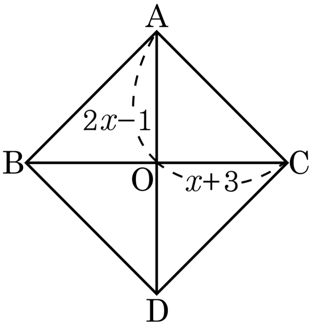
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 그 길이는 같지 않다. 따라서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 마름모ABCD 가 정사각형이 될 때, x 의 값으로 알맞은 것은?



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

정사각형은 두 대각선의 길이가 같다.

$2x-1=x+3 \quad \therefore \; x=4$

8. 다음 보기는 어떤 사각형에 대한 설명인가?

보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형

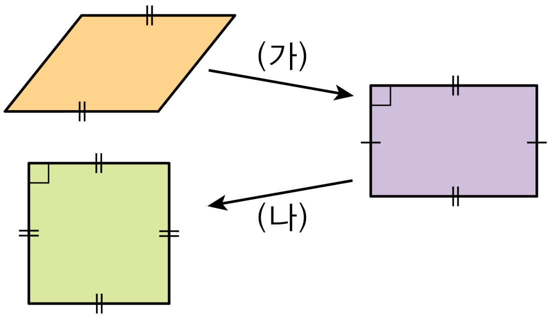
① 사다리꼴　② 등변사다리꼴　③ 사각형

④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

마름모는 두 대각선의 길이가 같지 않다.

9. 다음 그림을 보고 (가), (나) 에 들어갈 조건을 바르게 나타낸 것은?



① (가) : 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
   (나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

② (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이하이다.
   (나) : 네 변의 길이가 모두 같다.

③ (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.
   (나) : 두 대각선이 서로 직교한다.

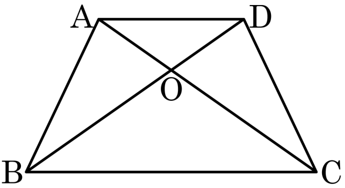
④ (가) : 두 대각선이 서로 직교한다.
   (나) : 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ (가) : 두 대각선의 길이가 같다.
   (나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 직교하거나 네 변의 길이가 모두 같으면 된다.

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 148 ② 150 ③ 162 ④ 175 ⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로

$18 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 36$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

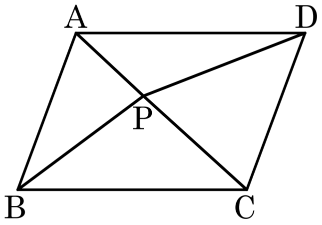
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$

또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로

$36 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 72$

$\therefore \square ABCD = 18 + 36 + 36 + 72 = 162$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡았다. $\triangle ABP = 21 cm^2$, $\triangle BCP = 26 cm^2$, $\triangle CDP = 28 cm^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

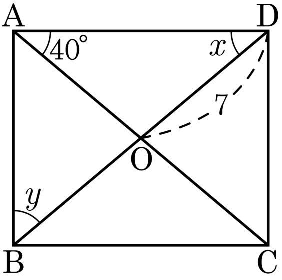
▷ 정답 : 23 cm^2

해설

$\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle BCP + \triangle APD$ 이므로 $21 + 28 = 26 + \triangle APD$

$\therefore \triangle APD = 23\ (cm^2)$

12. 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^{\circ}$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



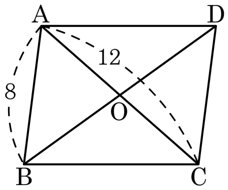
▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\triangle$OAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = 40^{\circ}$ 이다. $\angle$AOB $= 80^{\circ}$ 이다. $\triangle$OAB 는 이등변삼각형이므로 $(180^{\circ} - 80^{\circ}) \div 2 = 50^{\circ} = \angle y$ 이다. $\angle x + \angle y = 40^{\circ} + 50^{\circ} = 90^{\circ}$ 이다.

13. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$ 인 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{CD} = 8$

② $\angle A + \angle D = 180°$

③ $\overline{BD} = 12$

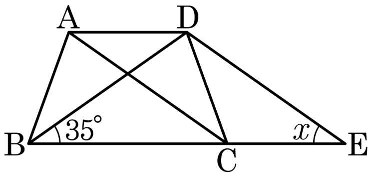
④ $\angle A = 90°$

⑤ $\angle AOD = 90°$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 되므로 $\angle A = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

14. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?



① 15°　② 20°　③ 25°　④ 30°　⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통

$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

$\angle ACB = \angle DBC = 35°$

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)

15. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.

③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.

⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

16. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

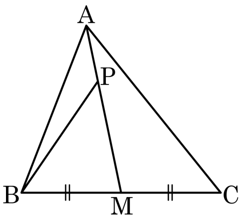
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

17. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PM}$ = 1 : 2이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** 20 cm^2

해설

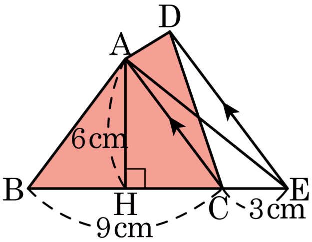
$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle ABM = 30\text{cm}^2$

$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 1 : 2이므로

$\triangle PBM = 30 \times \dfrac{2}{3} = 20(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



① $18 cm^2$ ② $24 cm^2$ ③ $27 cm^2$

④ $30 cm^2$ ⑤ $36 cm^2$

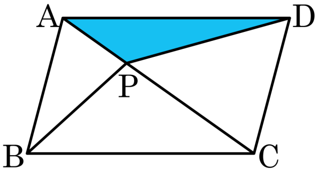
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\triangle ADC$와 $\triangle AEC$는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \frac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(cm^2)$

19. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AP} : \overline{PC} = 1 : 2$이고 $\square ABCD = 60$일 때, $\triangle APD$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

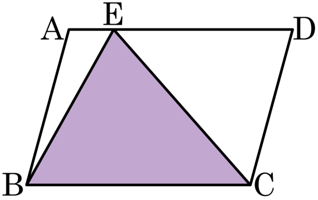
해설

$\triangle APD + \triangle PBC = \dfrac{1}{2}\square ABCD = 30$

$\overline{AP} : \overline{PC} = 1 : 2$이므로

$\triangle APD = 30 \times \dfrac{1}{3} = 10$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 4$ 이고, $\triangle ABE = 4\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

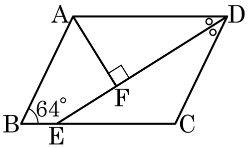
$\triangle ABE$, $\triangle ECD$, $\triangle EBC$ 의 높이는 같다.

$\overline{AE} + \overline{ED} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABE + \triangle ECD = \triangle EBC$.

$1 : 4 = 4\text{cm}^2 : \triangle ECD$, $\therefore \triangle ECD = 16\text{cm}^2$

$\therefore\ \triangle EBC = \triangle ABE + \triangle ECD = 4 + 16 = 20(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 64°$인 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\angle D$의 이등분선 위에 내린 수선의 발을 F라 할 때, $\angle BAF$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______°

▷ 정답 : 58°

해설

$\angle ADF = \angle CDF = 64° \div 2 = 32°$

$\angle DAF = 180° - (32° + 90°) = 58°$

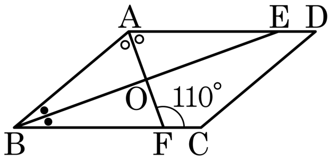
$\angle DAB = 180° - 64° = 116°$

$\therefore \angle BAF = \angle DAB - \angle DAF$

$= 116° - 58°$

$= 58°$

22. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}, \overline{BE}$ 는 각각 $\angle A, \angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AFC = 110°$ 일 때, $\angle DEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 160°

해설

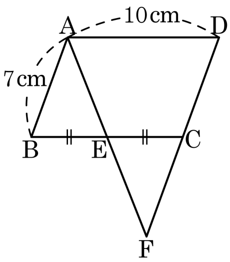
$\angle EAF = 180° - 110° = 70°$

$\angle B = 180° - \angle A = 180° - 140° = 40°$

$\angle AEB = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$

$\therefore \angle DEB = 180° - 20° = 160°$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm},\ \overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

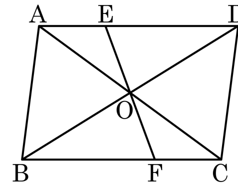
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\text{cm})$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 2$, $\triangle OFC = 5cm^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는 (   )cm^2 이다. (   )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAO = \angle FCO$,
$\angle EOA = \angle FOC$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)
$\therefore \triangle AOE = \triangle COF = 5(cm^2)$
$\triangle AOE$ 와 $\triangle DOE$ 에서 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$ 이므로 $\triangle AOE$: $\triangle DOE = 1 : 2$
$\therefore \triangle DOE = 2\triangle AOE = 10(cm^2)$
$\triangle AOD = 5 + 10 = 15(cm^2)$
$\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOD = \triangle DOC,\ \triangle AOB = \triangle COB,$
$\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle ADO,\ \triangle CBO = \triangle CDO$
$\rightarrow \triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \triangle DOA = 15(cm^2)$
$\therefore$ □ABCD $= 15 \times 4 = 60(cm^2)$ 이다.

25. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣