

1. 길호, 동진, 경문이가 가위, 바위, 보를 할 때, 일어날 수 있는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

각각 낼 수 있는 가지 수는 가위, 바위, 보 세 가지씩이므로
일어날 수 있는 경우의 수는
 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)이다.

2. ${}_nP_2 = 90$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$n(n-1) = 90 = 10 \times 9 \text{ 이므로 } n = 10$$

3. A, B, C, D 4명을 일렬로 세우는 모든 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 24가지

해설

$$4! = 24$$

4. 알파벳 a, b, c, d, e, f 가 각각 적힌 여섯 장의 카드가 있다. 이 중 두 장을 뽑아 만들 수 있는 단어의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

5. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4 개의 숫자를 사용하여 만든 네 자리의 자연수의 개수는?

① 5

② 10

③ 20

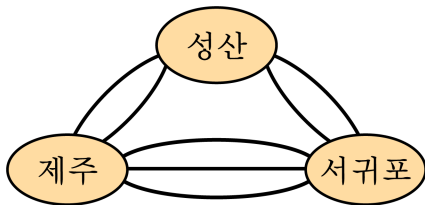
④ 60

⑤ 120

해설

네 자리 자연수는 수의 배열에서 순서에 따라 다른 수가 되므로
5 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하는 순열의 수이므로
 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ (가지)

6. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



① 6

② 8

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$(2 \times 2) \times 3 = 12$$

∴ 12 가지

7. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$

② $7! \times 2!$

③ $6! \times 2!$

④ $6!$

⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,

묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$ 이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

8. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72

② 112

③ 144

④ 216

⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.

$$4! \times 3! = 144$$

9. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

①

36

②

40

③

44

④

48

⑤

52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_9C_2 = 36$$

10. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35

② 72

③ 108

④ 144

⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.

$$\therefore {}_3C_2 \times 4! = 72$$

11. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 21개

해설

$${}_7C_2 = 21$$

12. 10 명의 학생이 있다. 5 명, 5 명의 두 무리로 나누는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설

$${}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} = 126 \text{ (가지)} \leftarrow 5 \text{ 명씩 } 2 \text{ 패}$$

13. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개

② 9 개

③ 12 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

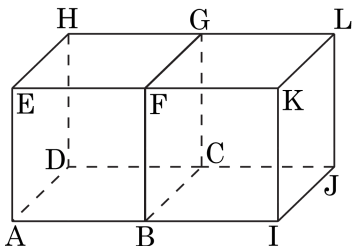
$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서}$$

$$\text{G.C.D.} : 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1) \times (2 + 1) = 12$$

14. 두 개의 정육면체가 서로 붙어 있는 아래 그림에서 A 에서부터 L 까지 모서리를 따라 최단 거리로 가는 방법 중 B 를 통과하지 않는 방법의 수를 구하면?



① 4

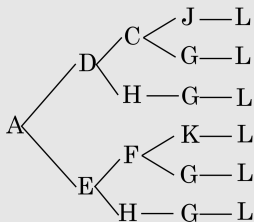
② 6

③ 8

④ 12

⑤ 16

해설



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 6 가지이다.

15. 만 원짜리 지폐, 오천 원짜리 지폐, 천 원짜리 지폐를 가지고 거스름돈 없이 17000 원을 지불할 수 있는 서로 다른 방법의 수는 모두 몇 가지인가? (단, 사용하지 않는 지폐가 있어도 된다.)

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

만 원짜리 지폐, 오천 원짜리 지폐, 천 원짜리 지폐의 수를 각각 x, y, z 라 하면

$$10000x + 5000y + 1000z = 17000$$

$$\therefore 10x + 5y + z = 17$$

(i) $x = 1$ 일 때, $5y + z = 7$ 이므로

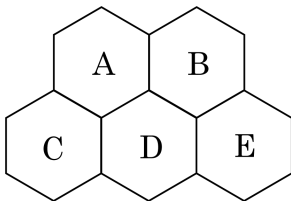
(y, z) 는 $(1, 2), (0, 7)$ 의 두 가지

(ii) $x = 0$ 일 때, $5y + z = 17$ 이므로

(y, z) 는 $(3, 2), (2, 7), (1, 12), (0, 17)$ 의 4가지

(i), (ii) 에서 만 원짜리 지폐, 오천 원짜리 지폐, 천 원짜리 지폐를 가지고 17000 원을 지불할 수 있는 서로 다른 방법의 수는 $2 + 4 = 6$ (가지)

16. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530

② 540

③ 550

④ 560

⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.

따라서 $D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면
 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3
 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

17. 연립방정식 $\begin{cases} y = ax - b \\ y = 2ax + b \end{cases}$ 에서 $ab = 8$ 이다.

이 때, 연립방정식의 해 x, y 의 값이 정수가 되는 경우의 수를 구하면?
(단, a, b 의 값은 모두 자연수이다.)

① 1 가지

② 2 가지

③ 3 가지

④ 4 가지

⑤ 5 가지

해설

$$\begin{cases} y = ax - b \cdots \textcircled{㉠} \\ y = 2ax + b \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 에서 $x = -\frac{2b}{a} \cdots \textcircled{㉢}$

그런데 $ab = 8$ 을 만족하는 자연수의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1)$ 의 4 가지이므로 이를 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하여 x 의 값을 구하면 다음과 같다.

$(1, 8)$ 일 때, $x = -\frac{2 \times 8}{1} = -16$

$(2, 4)$ 일 때, $x = -\frac{2 \times 4}{2} = -4$

$(4, 2)$ 일 때, $x = -\frac{2 \times 2}{4} = -1$

$(8, 1)$ 일 때, $x = -\frac{2 \times 1}{8} = -\frac{1}{4}$

따라서 x, y 의 값이 정수가 되는 경우는 모두 3 가지이다.

18. 초등학생 2 명, 중학생 2 명, 고등학생 2 명을 일렬로 세울 때, 초등학생 2 명은 이웃하고, 중학생 2 명은 이웃하지 않도록 세우는 방법의 수는?

① 72

② 84

③ 96

④ 120

⑤ 144

해설

초등학생 2 명과 중학생 2 명을 각각 함께 묶어서 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$$4! \times 2! \times 2 = 96 \text{ (가지)}$$

초등학생 2 명만 함께 묶어서 5 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$$5! \times 2 = 240 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 방법의 수는 $240 - 96 = 144$ (가지)

19. *april*의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, p , r , l 은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

① 20

② 24

③ 30

④ 60

⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 p , r , l 을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{5!}{3!} = 20$$

20. 'korea'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 84개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$

21. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181

② 215

③ 216

④ 256

⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

100 ~ 999 : $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$ 번째 수이다.

22. 자연수 n 에 대하여 ${}_{n+3}C_3 + \frac{{}_{n+3}C_2}{3} = \frac{32}{3}(n+3)$ 이 성립할 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

$${}_{n+3}C_3 = \frac{{}_{n+3}P_3}{3!} = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6},$$

$${}_{n+3}C_2 = \frac{{}_{n+3}P_2}{2!} = \frac{(n+2)(n+3)}{2},$$

$${}_{n+3}C_3 + \frac{{}_{n+3}C_2}{3} = \frac{32}{3}(n+3) \text{ 에서}$$

$$\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} + \frac{(n+2)(n+3)}{6} = \frac{32}{3}(n+3)$$

양변에 $\frac{6}{n+3}$ 을 곱하여 정리하면

$$n^2 + 4n - 60 = 0, (n-6)(n+10) = 0$$

$$\therefore n = 6$$

23. 10개의 팀이 참가하는 프로 축구 K리그에서 각 팀은 나머지 팀과 각각 같은 수의 경기를 치른다. 전체 135경기가 치러졌을 때, 각 팀이 다른 한 팀과 치르는 경기 수는?

① 2경기

② 3경기

③ 4경기

④ 5경기

⑤ 6경기

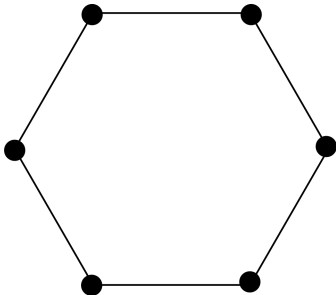
해설

각팀이 다른 한 팀과 치른 경기 수를 n 이라 하면,

$${}_{10}C_2 \times n = 135$$

$$\therefore n = 3$$

24. 그림과 같은 정육각형의 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 20

② 22

③ 24

④ 26

⑤ 28

해설

정육각형의 6 개의 점 중 3 개를 선택하는 경우와 같다.

$$\Rightarrow {}_6C_3 = 20$$

25. 11 명의 학생을 3 명, 3 명, 5 명의 3 개의 조로 나누어 과학실, 화장실, 식당을 청소하도록 하는 방법의 수는?

① 4620

② 6930

③ 13860

④ 27720

⑤ 55440

해설

$${}_{11}C_3 \times {}_8C_3 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 27720$$