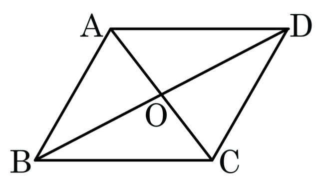
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ▫ 안에 들어갈 알맞은 것은?



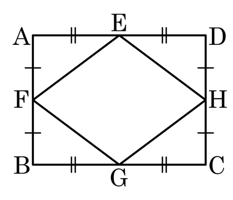
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO
④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

2. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. □EFGH 의 성질로 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① 한 내각의 크기가 90° 이다.

② 두 대각선의 길이가 같다.

③ 두 대각선이 서로 이등분한다.

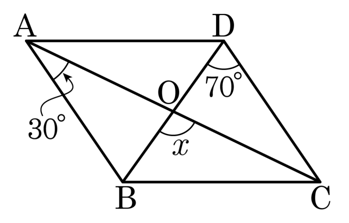
④ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

⑤ 네 변의 길이가 모두 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다. 마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 대각선이 서로 직교한다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?

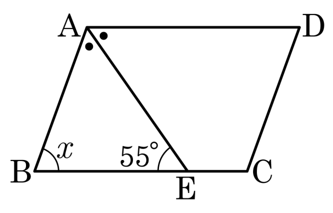


① $80°$ ② $85°$ ③ $90°$ ④ $95°$ ⑤ $100°$

해설

$\angle ABO = \angle ODC = 68°$ (엇각)
$\angle x = 30° + 70° = 100°$

4. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 ∠A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 한다. 이때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 ∠x 의 크기는?

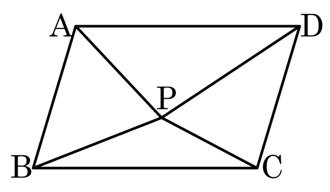


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 $\bullet = 55°$,
삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $x = 70°$이다.

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부의 임의의 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAD = 15cm^2$, $\triangle PBC = 11cm^2$, $\triangle PCD = 12cm^2$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $14\,\underline{cm^2}$

해설

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \square ABCD$, $\triangle PAB + 12 = 15 + 11 = 26(cm^2)$

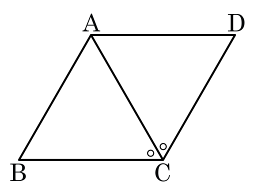
$\therefore \triangle PAB = 14cm^2$

6. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.
⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설
직사각형의 성질은 '네 내각의 크기가 같다.'이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BCA = \angle DCA$ 이면 $\square ABCD$ 는 어떤 사각형인가?



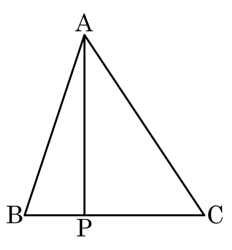
① 평행사변형　② 사다리꼴　③ 직사각형

④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle DAC$ (엇각), $\angle DCA = \angle CAB$ (엇각) 이고, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 는 이등변삼각형이다. $\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ $\therefore \square ABCD$ 는 마름모가 된다.

8. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 8\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

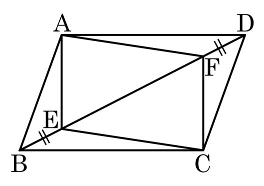
▷ 정답 : $\frac{8}{3}\,cm^2$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle ABP = 8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}\,(cm^2)$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형인가?

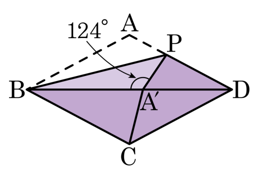


① 평행사변형　　② 마름모　　③ 직사각형
④ 정사각형　　⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$,
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$
$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle CDF$, $\triangle BCE \equiv \triangle DAF$
$\rightarrow \overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AF} = \overline{CE}$
따라서 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

10. 다음 그림은 마름모 ABCD 의 꼭짓점 A 가 대각선 BD 위에 오도록 접은 것이다. $\angle BA'P = 124°$ 일 때, $\angle A'CD$ 의 크기를 구하여라.



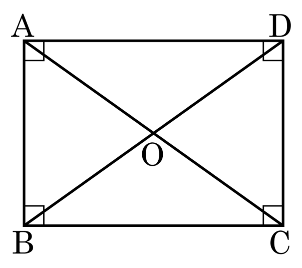
▶ 답 : °

▷ 정답 : 48°

해설

$\angle CBA' = (180° - 124°) \div 2 = 28°$
$\overline{BA'} = \overline{BC}$ 이므로
$\angle BCA' = (180° - 28°) \div 2 = 76°$
$\therefore\ \angle A'CD = 124° - 76° = 48°$

11. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{CD}$	㉡ $\overline{AB} // \overline{CD}$
㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	㉣ $\angle A + \angle B = 180°$
㉤ $\overline{BO} = \overline{DO}$	㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건
두 대각선이 이루는 각이 90° 이다. → ㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
이웃한 두변의 길이가 같다. → ㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

12. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

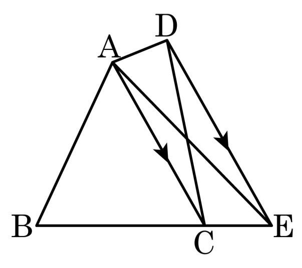
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1 에서 평행사변형의 한 각이 90° 이므로 다른 각도 모두 90° 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \,//\, \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 25$, $\triangle ACE = 10$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

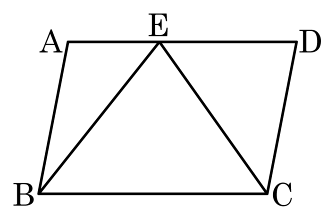
해설

$\overline{AC} \,//\, \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD$ 와 $\triangle ACE$ 는 밑변 $\overline{AC}$ 가 같고 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$

$\therefore\ \square ABCD = 25 + 10 = 35$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{DE} = 2 : 3$ 이고 $\triangle ABE = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이는?

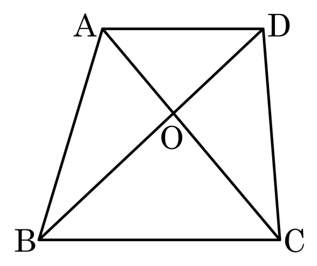


① 10cm^2
② 12cm^2
③ 15cm^2
④ 20cm^2
⑤ 25cm^2

해설

$\triangle ABE + \triangle DCE = \frac{1}{2}\square ABCD$
$\triangle ABE : \triangle DCE = 2 : 3$
$\triangle DCE = 15(\text{cm}^2)$
$\therefore\ \triangle EBC = \frac{1}{2}\square ABCD = 25(\text{cm}^2)$

15. 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고, $\overline{BO}:\overline{OD}=3:2$ 이다. $\triangle ODC=18\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?

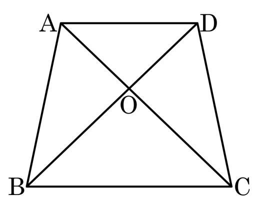


① 9cm^2 ② 18cm^2 ③ 27cm^2
④ 36cm^2 ⑤ 45cm^2

해설

$\triangle OBC$ 와 $\triangle DOC$ 의 높이는 같다.
$3:2=\triangle OBC:18\text{cm}^2 \quad \therefore \triangle OBC=27\text{cm}^2$

16. 다음 그림에서 $\overline{AD}$: $\overline{BC}$ = 2 : 3 이고, $\triangle AOD = 24\,\text{cm}^2$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하시오.



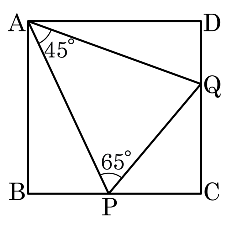
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 150 cm^2

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 $2:3$
이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 2:3$ 이므로
$\triangle AOD : \triangle AOB = 2:3,\ \triangle AOB = 36\,\text{cm}^2$
$\triangle DOC = 36\,\text{cm}^2$
그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 2:3$ 이므로
$\triangle OAB : \triangle BOC = 2:3$
$\therefore\ \triangle BOC = 54\,\text{cm}^2$
따라서 $\square ABCD = 24+36+36+54 = 150\ (\text{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다.$\angle APQ = 65°$, $\angle PAQ = 45°$ 일 때, $\angle AQD$ 의 크기를 구하여라.

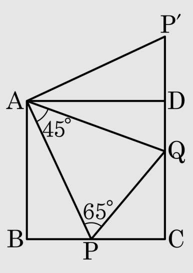


▶ 답: °

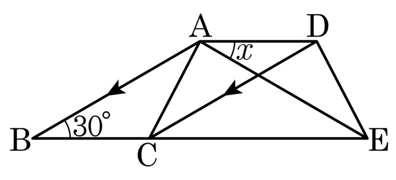
▷ 정답: 70 °

해설

$\triangle ABP$ 를 $\overline{AD}$ 위에 붙이면
$\angle PAQ = \angle P'AQ = 45°$ 이다.
$\overline{AP} = \overline{AP'}$, $\overline{AQ}$ 는 공통
$\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$(SAS합동)
$\therefore \angle AQD = 180° - 65° - 45° = 70°$



18. 다음 그림의 □ACED 가 $\overline{AD} // \overline{CE}$ 인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



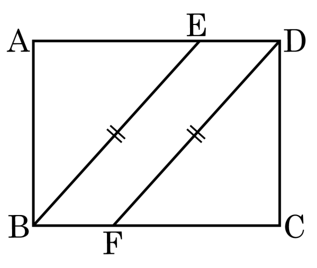
▶ 답 : °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle DAC$ 에서
$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$ 는 공통
$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)
$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$
$\overline{AD} // \overline{CE}$ 이므로
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로
$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)
$\therefore \ \angle x = 30°$

19. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE} = \overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)이므로
$\overline{AE} = \overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$
한편 $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

20. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣