

1. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

2. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

3. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

4. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

5. $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ -16

해설

$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로

두 허근 α, β 는

각각 $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$$

6. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

7. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면

다른 한 근은 $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

$\therefore$ ①이 조건에 맞다

8. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

① $1 - \sqrt{2}, 2$

② $-1 + \sqrt{2}, -3$

③ $1 - \sqrt{2}, 3$

④ $1 - \sqrt{2}, -3$

⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.

삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로

$$\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \quad \alpha = 3$$

$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x - y)(x - 2y)$$

$$\Rightarrow (x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

11. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$$

이 식을 정리하면

$$(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$$

무리수가 서로 같은 조건에 의하여

$$260 - 26m = 0, 160 - 16m = 0$$

따라서, $m = 10$

계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수와의 관계에서

$$(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } \alpha = m - 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 8\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉣} \text{에 대입하면 } 8(m - 8) = 2m - 4$$

$$\therefore m = 10$$

12. 1의 세제곱근 중 하나의 허근을 ω 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?

① $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

② $\omega^3 = 1$

③ 1의 세제곱근은 1, ω , ω^2 으로 나타낼 수 있다.

④ $\omega^2 = \bar{\omega}$ (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

⑤ $\omega = -\omega^2$

해설

$$x^3 = 1 \Rightarrow$$

$$(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

$$\therefore \omega^2 + \omega + 1 = 0, \quad \omega^3 = 1 \cdots \text{①, ②}$$

$$x = 1, \quad \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, \quad \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면 } \cdots \text{③}$$

$$\omega^2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \bar{\omega} \cdots \text{④}$$

$$\omega = -1 - \omega^2 \cdots \text{⑤(거짓)}$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ ax-y=3 \end{cases}$ 의 해가 좌표평면의 제1사분면에 있기
위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a < -1$

③ $a > \frac{3}{2}$

④ $a < \frac{3}{2}$

⑤ $a > -2$

해설

$$\begin{cases} x+y=2 & \cdots \textcircled{㉠} \\ ax-y=3 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 에서 $(a+1)x=5$

$$\therefore x = \frac{5}{a+1} \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $\frac{5}{a+1} + y = 2$

$$\therefore y = 2 - \frac{5}{a+1}$$

그런데 $x > 0, y > 0$ 이므로

$$\frac{5}{a+1} > 0, 2 - \frac{5}{a+1} > 0 \text{에서,}$$

$$a > \frac{3}{2}$$

14. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?

① 무한히 많다.

② 0개

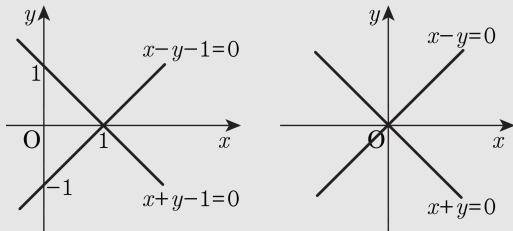
③ 1개

④ 2개

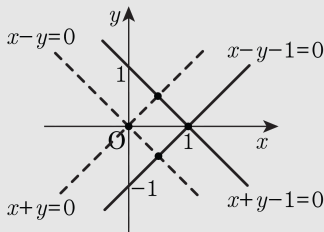
⑤ 4개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2개이다.

15. 어떤 공장에서 A , B 의 두 제품을 생산하고 있다. A 제품의 생산량은 작년에 비하여 20% 증가하였고, B 제품은 25% 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B 제품의 생산량을 구하면?

▶ 답: 개

▷ 정답: 40 개

해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로 a , b 라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$ 이다.

$$a + b = 70, 1.2a + 1.25b = 86$$

연립하여 풀면, $a = 30$, $b = 40$

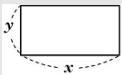
16. 가로,의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로,의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$$2(x + y) = 34 \text{ 즉, } x + y = 17 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{ 을 } \textcircled{㉠} \text{ 에 대입하면 } x = 11$$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$

17. 0이 아닌 실수 x, y 가 $(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 을 만족할 때, x 에 관한 이 방정식은 실수 a 에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. ($a \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2y^2 + 4a^2x^2 + y^2 + 4a^2 - 8axy = 0$$

$$(x^2y^2 - 4axy + 4a^2) + (y^2 - 4axy + 4a^2x^2) = 0$$

$$(xy - 2a)^2 + (y - 2ax)^2 = 0$$

$xy - 2a, y - 2ax$ 는 실수이므로

$$xy - 2a = 0, y - 2ax = 0$$

$$\therefore xy = 2a, y = 2ax$$

두 식을 연립하면, $2ax^2 = 2a$

$$(a \neq 0) \text{ 이므로 } x^2 = 1, x = \pm 1$$

18. 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 근이 유리수가 되는 k 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$ 곧, $k \leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k = 3, 2, 1, \dots$ 이고,

이 중 $D \geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k = 3$ 이다.

19. 방정식 $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수 x, y 를 구하면 $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = \gamma \\ y = \delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서 x, y 가 양의 정수이므로

$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히 $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$

20. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개 이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점 의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점 짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

2 점 문항 개수를 x , 3 점 문항을 y ,
4 점 문항을 z 라 하자

$$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - 4 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow y = 40 - 2x$$

$$\textcircled{㉠} - 3 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow z = x - 10$$

$$\therefore x = 10 \text{ 이면 } z = 0$$

$\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음

$$\therefore x \geq 11, \text{ 최소 11 문항}$$