

1. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 5 가지

▷ 정답 : 5 가 지

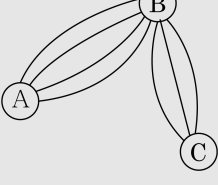
해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
 $3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
∴ 5 가지

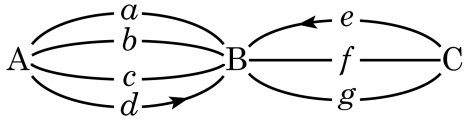
2. (갑)과 (을)이 어느 산을 등산하는데 A 에서 출발하여 산의 정상인 B 까지 올라갔다가 C 지점으로 내려가려고 한다. A 에서 B 까지 오르는 등산로는 4개가 있고 B 에서 C 로 내려가는 길은 3개가 있다고 한다. 이때, (갑)과 (을)이 A 에서 C 까지 가는데 서로 다른 길을 가는 방법의 수는?
- ① 24가지 ② 36가지 ③ 48가지
④ 72가지 ⑤ 144가지

해설

(갑)이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법 :
 $4 \times 3 = 12$ (가지)
그 각각에 대하여 (을)이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법 :
 $(4 - 1) \times (3 - 1) = 6$ (가지)
 $\therefore 12 \times 6 = 72$ (가지)



3. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방 통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



- ① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개
④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ 의 길의 가지수는 각각 4, 2, 3, 3
이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개)이다.

4. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36 ② 72 ③ 120 ④ 144 ⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

5. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21 개

해설

$${}_7C_2 = 21$$

6. 10 명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

- ① 128 ② 256 ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

7. 280과 420의 공약수의 개수는?

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

해설

$$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7, 420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{최대공약수} : 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

따라서 공약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$$

8. 1, 2, 3, 4, 5 의 번호가 각각 적힌 5 개의 농구공을 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 라고 쓰여진 가방에 각각 1 개씩 넣을 때, 2 번 공은 A_1 에 넣고, k 번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우의 수는? (단, $k = 1, 3, 4, 5$)
- ① 11 가지 ② 13 가지 ③ 17 가지
④ 21 가지 ⑤ 35 가지

해설

2 번 공을 제외한 나머지를 표를 그려 직접 구한다.

A_2	A_3	A_4	A_5
3	1	5	4
3	4	5	1
3	5	1	4
1	4	5	3
1	5	3	4
4	1	5	3
4	5	3	1
4	5	1	3
5	4	1	3
5	4	3	1
5	1	3	4

∴ 총 11 가지

9. 5 원짜리 동전 4 개, 10 원짜리 동전 2 개, 100 원짜리 동전 1 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 수 있는 지불금액의 수는 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 17가지

해설

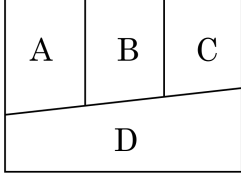
5 원짜리 동전 4 개이면 10 원짜리 동전 2 개와 같으므로 금액이 중복된다.

10 원짜리 동전 2 개를 5 원짜리 동전 4 개로 바꾸면 5 원짜리 동전 8 개, 100 원짜리 동전 1 개가 되고 지불 방법의 수는 $(8 + 1) \times (1 + 1) = 18$ 가지

돈이 0 원이면 지불하는 것이 아니므로

$18 - 1 = 17$ 가지

10. 다음 그림의 네 부분에 4 가지 색을 사용하여 색칠을 하려고 한다. 한 가지 색을 여러 번 쓸 수 있고, 인접한 부분은 서로 다른 색이 칠해져야 한다면 칠하는 방법은 몇 가지인가?

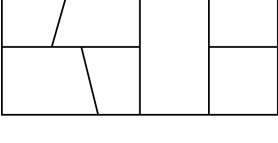


- ① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 108

해설

가장 영역이 넓은 D 영역부터 칠한다면,
 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$
 $\therefore$ 48 가지

11. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 5 가지 색을 사용하여 다음 그림과 같은 도형의 각 면을 색칠하려고 한다. 변의 일부 또는 전부를 공유하는 두 면은 같은 색을 사용하지 않도록 할 때, 모든 면을 색칠하는 방법의 수는?



- ① 4020 ② 5160 ③ 6480 ④ 7260 ⑤ 8400

해설

e / b		f
d \ c	a	g

a 에 색칠하는 방법의 수는 5 가지
 b 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지
 c 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지
 d 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지
 e 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지이므로
 a, b, c, d, e 에 색칠하는 방법의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)
 f 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지
 g 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지 이므로
 f, g 에 색칠하는 방법의 수는 $4 \times 3 = 12$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
 $540 \times 12 = 6480$ (가지)

12. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$

$(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$

$(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$

$\therefore$ 9 가지

13. 다음은 서로 다른 n 개에서 서로 다른 r 개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

(i) n 개에서 특정한 1 개를 뺀 나머지에서 r 개를 꺼내어 배열한다.
(ii) n 개에서 특정한 1 개를 포함하여 r 개를 꺼내어 배열한다.
(i), (ii)는 배반이므로,
 $\therefore {}_nP_r = \boxed{(\text{가})} + \boxed{(\text{나})}$

위의 과정에서 $\boxed{(\text{가})}$, $\boxed{(\text{나})}$ 에 들어갈 알맞은 식은?

- ①

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ②

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$
- ③

(가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ④

(가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ⑤

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i) 에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow (\text{가})$
(ii) 에서 특정한 1 개를 포함시켜 r 개를 꺼내려면
 $n - 1$ 개에서 $r - 1$ 개를 꺼내어 배열한 다음
 $({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1 개를 다시 이것들과 배열시키는 것을
 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow (\text{나})$

14. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

$${}_4P_2 = 12$$

15. 1학년 학생 3명과 2학년 학생 4명을 일렬로 세울때, 1학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는?

① 690 ② 700 ③ 710 ④ 720 ⑤ 730

해설

1학년 3명을 하나로 보면, 5명이 일렬로 세우는 방법과 같다.

$\Rightarrow 5! = 120$

여기에 1학년끼리 위치 바꾸는 방법 $3!$ 을 곱한다.

$\therefore 120 \times 3! = 720$

16. 남학생 4 명, 여학생 2 명이 한 줄로 설 때, 특정한 3 명이 이웃하여 서는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 144가지

해설

묶음 안에서 특정한 3 명이 자리를 바꾸는 방법은 $3! = 6$ (가지)
3 명을 한 묶음으로 생각하여 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는
 $4! = 24$ (가지)이다.
∴ 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지)

17. 여섯 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열했을 때 a, b 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 160 ② 180 ③ 200 ④ 400 ⑤ 480

해설

a, b, c, d, e, f 의 직순열의 경우의 수는 720 가지

a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법

a, b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고

a, b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면

$5! \times 2! = 240$ (가지)

따라서 a, b 가 이웃하지 않는 경우의 수는

$720 - 240 = 480$ (가지)

18. 남자 3 명, 여자 4 명을 한 줄로 세울 때, 양 끝과 한가운데 여자가 서는 방법의 수는?

① 72 ② 144 ③ 288 ④ 576 ⑤ 684

해설

여자를 a 라 하면,

a a a 와 같은 방법이어야 하므로 a 의 위치에 세
울 여자를 선택하는 방법은 ${}_4P_3$ 이고, 의 위치에 세울 사람
(여자 1명, 남자 3명)을 선택 하는 방법은 $4!$ 이다.

따라서, 구하는 방법의 수는

${}_4P_3 \times 4! = 24 \times 24 = 576$ 이다.

19. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

20. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때, 9의 배수의 개수는?

① 6 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9의 배수일 때 그 수는 9의 배수가 된다.
0, 1, 2, 3, 4에서 각 자리수의 합이 9의 배수가 되는 조합은
(2, 3, 4) 뿐이다. 2, 3, 4를 써서 만들 수 있는 3자리 정수는
 $3! = 6$

21. 서울의 어떤 지역에서는 국번 4자리를 포함하여 8자리의 전화 번호를 사용하고 있다. 국번에 사용할 수 있는 숫자가 2, 4, 6, 8, 0일 때, 이 지역에서 사용할 수 있는 전화 번호는 몇 개인가? 단, 국번의 첫 번째 자리의 숫자는 0이 아니고, 숫자는 중복하여 사용한다.
- ① 4500000 ② 4999999 ③ 5000000
④ 6250000 ⑤ 7000000

해설

국번을 먼저 생각하면 첫 번째 자리에 올수 있는 가지수는 4 가지이고
나머진 모두 5 가지 이다.
∴ $4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$
뒤의 4 자리는 각각 10 가지씩 가능하다.
∴ $500 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 5000000$

22. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 4 개의 숫자를 택하여 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 몇 개인가?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 120

해설

1000 자리의 숫자는 홀수 1,3 중 하나를 택하므로
그 방법은 ${}_2P_1$ (가지)
또, 그 각각에 대하여 1 자리의 숫자는 1000 자리에 사용된 숫자
를 제외한 나머지 숫자를 택하므로 그 방법은 ${}_1P_1$ (가지)
또, 100 자리와 10 자리의 숫자는 나머지 3 개의 숫자에서 2 개를
택하여 나열하면 되므로 그 방법은 ${}_3P_2$ (가지)
따라서, 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 곱의 법칙에 의하여
 ${}_2P_1 \times {}_3P_2 \times {}_1P_1 = 2 \times (3 \times 2) \times 1 = 12$ (개)

23. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

24. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

- ① 12개 ② 16개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 30개

해설

23□□의 개수 : 2개

24□□의 개수 : 2개

3□□□의 개수 : 6개

4□□□의 개수 : 6개

$\therefore 2 + 2 + 6 + 6 = 16(\text{개})$

25. 다음 연립방정식을 만족하는 n 의 값은?

$$\begin{cases} {}_8C_{r-1} = {}_8C_{3r+1} \\ {}_nC_r + {}_nC_{r+1} = 2 \cdot {}_{2n}C_{r-1} \end{cases}$$

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

${}_8C_{r-1} = {}_8C_{3r+1}$ 에서 $r-1 = 3r+1$
또는 $(r-1) + (3r+1) = 8, r > 0$ 이므로
 $\therefore r = 2$
따라서 두 번째 식에서
 ${}_nC_r + {}_nC_{r+1} = 2 \cdot {}_{2n}C_{r-1}$
 $\frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 2 \cdot 2n \cdots (i)$
 $n \geq 3$ 이므로 (i)을 정리하면
 $3(n-1) + (n-1)(n-2) = 24$
따라서 $n^2 - 25 = 0 \therefore n = 5$

26. 10 명의 주주 중에서 사장 1 명, 부사장 2 명을 뽑는 방법의 수는?

- ① 240 ② 280 ③ 360 ④ 480 ⑤ 720

해설

10 명 중에서 사장 1 명을 뽑는 가지수는 ${}_{10}C_1$,
나머지 9 명 중에서 부사장 2 명을 뽑는 가지수는 ${}_9C_2$
따라서 ${}_{10}C_1 \times {}_9C_2 = 360$

27. 어떤 학교의 농구 동아리 A 와 B 는 올해 신입생이 각각 n 명과 7명이다. 5명의 신입생 연합 팀을 구성하여 다른 학교와 시합을 하려고 할 때, 동아리 A 의 신입생 2명과 동아리 B 의 신입생 3명으로 구성하는 방법의 수가 525가지이다. 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

동아리 A 의 신입생 n 명 중에서 2명을 선택하는 방법의수는 ${}_nC_2$ 이고, 동아리 B 의 신입생 7명 중에서 3명을 선택하는 방법의 수는 ${}_7C_3$ 이므로 구하는 방법의 수는 ${}_nC_2 \times {}_7C_3 = 525$ 에서 $\frac{n(n-1)}{2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 525$ 이므로 $n(n-1) = 30$
 $\therefore n = 6$

28. 1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 선택할 때, 선택된 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수는?

① 27 ② 35 ③ 54 ④ 62 ⑤ 70

해설

두 수의 곱은 '홀수×홀수'인 경우를 제외하고
모든 경우에 짝수이므로 전체에서 홀수만 2개
뽑는 경우를 제한다.

$${}_{10}C_2 - {}_5C_2 = 45 - 10 = 35$$

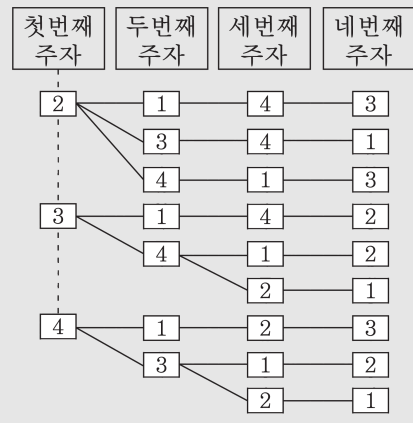
29. 등 번호가 ①, ②, ③, ④ 인 네 명이 이어달리기 순서를 결정하려고 한다. 네 명 모두 자신의 등 번호와 달리는 순서의 번호가 서로 같지 않도록 순서를 결정하는 방법의 수는?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9개

해설

첫 번째 주자로 등번호가 ① 인 사람이 올 수 없고, 두 번째, 세 번째, 네 번째 주자로 각각 등번호가 ②, ③, ④ 인 사람이 올 수 없다. 이와 같은 조건에 맞는 수형도를 생각해 보면 다음과 같다.



따라서, 구하는 방법의 수는 9 (가지) 이다.

30. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. ${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{2n+1}$

ㄴ. ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_n$

ㄷ. ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (단, $n \geq 2$)

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

㉠ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로

${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{3n-(n-1)} = {}_3nC_{2n+1}$ (참)

㉡ ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 에서

${}_nP_r = r! \times {}_nC_r$

${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_{3n}$

$= (3n)! \times {}_{4n}C_{4n-3n}$

$= (3n)! \times {}_{4n}C_n$ (참)

㉢ ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 이므로

${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2}$

$= {}_{2n}C_{2n-(n+1)} + {}_{2n}C_{2n-(n+2)}$

$= {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢ 이다.

31. 1 부터 9 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 아홉 장의 카드가 있다. 이 중 4 장의 카드를 뽑아 갑에게 2 장, 을에게 2 장을 주었을 때, 뽑힌 4 장 중 제일 작은 수가 적힌 카드가 갑에게 있을 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 378 가지

해설

9장 중 4장의 카드를 뽑는 방법의 수는

$${}_9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

뽑힌 4장의 카드 중 제일 작은 수의 카드는 갑에게 주고, 나머지

3장 중 1장의 카드만 갑에게 주면 나머지 2장은 을에게 간다.

$$\therefore {}_9C_4 \cdot {}_3C_1 = 378$$

- 32.** 2000보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 432개

해설

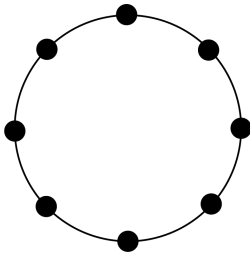
1 인 네자리 자연수에서
같은 두수가 1 인 수의 개수는
 ${}_3C_1 \times {}_9P_2 = 216$
같은 두수가 1 이 아닌 수의 개수는
 ${}_9C_1 \times {}_3C_2 \times {}_8P_1 = 216$ 이므로
구하고자 하는 자연수의 개수는 432 개

33. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 치역과 공역이 일치하는 X 에서 Y 로의 함수의 개수는?
- ① 120 개 ② 180 개 ③ 240 개
④ 300 개 ⑤ 360 개

해설

정의역의 원소 5개 중 2개는 같은 함숫값을 가진다.
집합 X 의 원소 중 같은 함숫값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_5C_2 = 10$
택한 2개의 원소를 하나로 생각하여 집합 X 의 원소 4개를 집합 Y 의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는 $4! = 24$
따라서 구하는 함수의 개수는 $10 \times 24 = 240(\text{개})$

34. 그림과 같이 원 위에 8개의 점이 같은 간격으로 놓여 있을 때, 이 중에서 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수는?

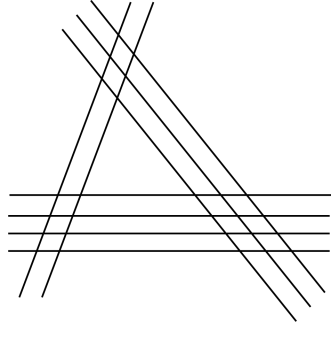


- ① 64 ② 70 ③ 72 ④ 80 ⑤ 96

해설

8개의 점 중 4 개를 선택하는 방법과 같다.
 ${}_8C_4 = 70$

35. 다음 그림에서 4 개의 선분을 사용하여 만들 수 있는 사다리꼴의 개수를 구하여라. (단, 평행사변형은 제외)



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

사다리꼴이 되기 위해서는 한 쌍의 평행한 선분과평행하지 않는 두 선분이 필요하다.
2 개의 평행선이 있는 부분을 A , 세 개의 평행선이 있는 부분을 B , 네 개의 평행선이 있는 부분을 C 라 하자.

① A 에서 2 개, B, C 에서 각 1 개의 선분
: ${}_2C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_1 = 12$

② B 에서 2 개, C, A 에서 각 1 개의 선분
: ${}_2C_1 \cdot {}_3C_2 \cdot {}_4C_1 = 24$

③ C 에서 2 개, A, B 에서 각 1 개의 선분
: ${}_2C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_2 = 36$

∴ ① + ② + ③ = 72