

1. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)

소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)

짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)

따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$3 + 3 - 1 = 5 \text{ 이다.}$$

∴ 5 가지

2. (갑)과 (을)이 어느 산을 등산하는데 A에서 출발하여 산의 정상인 B까지 올라갔다가 C지점으로 내려가려고 한다. A에서 B까지 오르는 등산로는 4개가 있고 B에서 C로 내려가는 길은 3개가 있다고 한다. 이때, (갑)과 (을)이 A에서 C까지 가는데 서로 다른 길을 가는 방법의 수는?

① 24가지

② 36가지

③ 48가지

④ 72가지

⑤ 144가지

해설

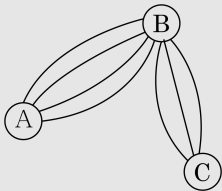
(갑)이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법 :

$$4 \times 3 = 12 \text{ (가지)}$$

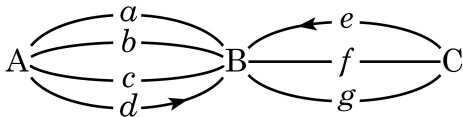
그 각각에 대하여 (을)이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법 :

$$(4 - 1) \times (3 - 1) = 6 \text{ (가지)}$$

$$\therefore 12 \times 6 = 72 \text{ (가지)}$$



3. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



① 12 개

② 36 개

③ 64 개

④ 72 개

⑤ 144 개

해설

$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ 의 길의 가지수는 각각 4, 2, 3, 3
 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

4. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36

② 72

③ 120

④ 144

⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

5. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21 개

해설

$${}_7C_2 = 21$$

6. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128

② 256

③ 512

④ 1024

⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

7. 280과 420의 공약수의 개수는?

①

12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

$$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7, 420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{최대공약수} : 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

따라서 공약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$$

8. 1, 2, 3, 4, 5 의 번호가 각각 적힌 5 개의 농구공을 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 라고 쓰여진 가방에 각각 1 개씩 넣을 때, 2 번 공은 A_1 에 넣고, k 번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우의 수는? (단, $k = 1, 3, 4, 5$)

- ① 11 가지 ② 13 가지 ③ 17 가지
 ④ 21 가지 ⑤ 35 가지

해설

2 번 공을 제외한 나머지를 표를 그려 직접 구한다.

A_2	A_3	A_4	A_5
3	1	5	4
3	4	5	1
3	5	1	4
1	4	5	3
1	5	3	4
4	1	5	3
4	5	3	1
4	5	1	3
5	4	1	3
5	4	3	1
5	1	3	4

∴ 총 11 가지

9. 5 원짜리 동전 4 개, 10 원짜리 동전 2 개, 100 원짜리 동전 1 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 수 있는 지불금액의 수는 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 17가지

해설

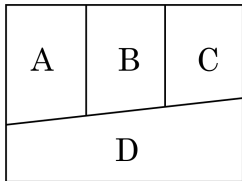
5 원짜리 동전 4 개이면 10 원짜리 동전 2 개와 같으므로 금액이 중복된다.

10 원짜리 동전 2 개를 5 원짜리 동전 4 개로 바꾸면 5 원짜리 동전 8 개, 100 원짜리 동전 1 개가 되고 지불 방법의 수는 $(8 + 1) \times (1 + 1) = 18$ 가지

돈이 0 원이면 지불하는 것이 아니므로

$18 - 1 = 17$ 가지

10. 다음 그림의 네 부분에 4 가지 색을 사용하여 색칠을 하려고 한다. 한 가지 색을 여러 번 쓸 수 있고, 인접한 부분은 서로 다른 색이 칠해져야 한다면 칠하는 방법은 몇 가지인가?



① 24

② 48

③ 72

④ 96

⑤ 108

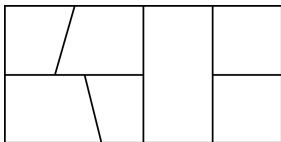
해설

가장 영역이 넓은 D 영역부터 칠한다면,

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

∴ 48 가지

11. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 5 가지 색을 사용하여 다음 그림과 같은 도형의 각 면을 색칠하려고 한다. 변의 일부 또는 전부를 공유하는 두 면은 같은 색을 사용하지 않도록 할 때, 모든 면을 색칠하는 방법의 수는?



① 4020

② 5160

③ 6480

④ 7260

⑤ 8400

해설

e / b	a	f
d \ c		g

a 에 색칠하는 방법의 수는 5 가지

b 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지

c 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지

d 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지

e 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지이므로

a, b, c, d, e 에 색칠하는 방법의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540 \text{ (가지)}$$

f 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지

g 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지 이므로

f, g 에 색칠하는 방법의 수는 $4 \times 3 = 12$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는

$$540 \times 12 = 6480 \text{ (가지)}$$

12. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$

$(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$

$(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$

$\therefore 9$ 가지

13. 다음은 서로 다른 n 개에서 서로 다른 r 개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

(i) n 개에서 특정한 1 개를 뺀 나머지에서 r 개를 꺼내어 배열한다.

(ii) n 개에서 특정한 1 개를 포함하여 r 개를 꺼내어 배열한다.

(i), (ii)는 배반이므로,

$$\therefore {}_nP_r = \boxed{(\text{가})} + \boxed{(\text{나})}$$

위의 과정에서 $\boxed{(\text{가})}$, $\boxed{(\text{나})}$ 에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i) 에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow (\text{가})$

(ii) 에서 특정한 1 개를 포함시켜 r 개를 꺼내려면

$n-1$ 개에서 $r-1$ 개를 꺼내어 배열한 다음

$({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1 개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.

따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow (\text{나})$

14. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

$${}_4P_2 = 12$$

15. 1학년 학생 3명과 2학년 학생 4명을 일렬로 세울때, 1학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는?

① 690

② 700

③ 710

④ 720

⑤ 730

해설

1학년 3명을 하나로 보면, 5명이 일렬로 세우는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 5! = 120$$

여기에 1학년끼리 위치 바꾸는 방법 $3!$ 을 곱한다.

$$\therefore 120 \times 3! = 720$$

16. 남학생 4 명, 여학생 2 명이 한 줄로 설 때, 특정한 3 명이 이웃하여서는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 144가지

해설

묶음 안에서 특정한 3명이 자리를 바꾸는 방법은 $3! = 6$ (가지)
3 명을 한 묶음으로 생각하여 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는
 $4! = 24$ (가지) 이다.

∴ 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지)

17. 여섯 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열했을 때 a, b 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 160

② 180

③ 200

④ 400

⑤ 480

해설

a, b, c, d, e, f 의 직순열의 경우의 수는 720가지

a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법

a, b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고

a, b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면

$$5! \times 2! = 240 \text{ (가지)}$$

따라서 a, b 가 이웃하지 않는 경우의 수는

$$720 - 240 = 480 \text{ (가지)}$$

18. 남자 3 명, 여자 4 명을 한 줄로 세울 때, 양 끝과 한가운데 여자가 서는 방법의 수는?

① 72

② 144

③ 288

④ 576

⑤ 684

해설

여자를 a 라 하면,

a a a 와 같은 방법이어야 하므로 a 의 위치에 세
울 여자를 선택하는 방법은 ${}_4P_3$ 이고, 의 위치에 세울 사람
(여자 1명, 남자 3명)을 선택 하는 방법은 $4!$ 이다.

따라서, 구하는 방법의 수는

$${}_4P_3 \times 4! = 24 \times 24 = 576 \text{ 이다.}$$

19. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24

② 30

③ 60

④ 72

⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

20. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때, 9 의 배수의 개수는?

① 6

② 12

③ 15

④ 18

⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9 의 배수일 때 그 수는 9 의 배수가 된다.
0, 1, 2, 3, 4 에서 각 자리수의 합이 9 의 배수가 되는 조합은
(2, 3, 4) 뿐이다. 2, 3, 4 를 써서 만들 수 있는 3 자리 정수는
 $3! = 6$

21. 서울의 어떤 지역에서는 국번 4자리를 포함하여 8자리의 전화 번호를 사용하고 있다. 국번에 사용할 수 있는 숫자가 2, 4, 6, 8, 0일 때, 이 지역에서 사용할 수 있는 전화 번호는 몇 개인가? 단, 국번의 첫 번째 자리의 숫자는 0이 아니고, 숫자는 중복하여 사용한다.

① 4500000

② 4999999

③ 5000000

④ 6250000

⑤ 7000000

해설

국번을 먼저 생각하면 첫 번째 자리에 올수 있는 가지수는 4 가지이고

나머진 모두 5 가지 이다.

$$\therefore 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

뒤의 4 자리는 각각 10 가지씩 가능하다.

$$\therefore 500 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 5000000$$

22. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 4 개의 숫자를 택하여 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 몇 개인가?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 120

해설

1000 자리의 숫자는 홀수 1, 3 중 하나를 택하므로
그 방법은 ${}_2P_1$ (가지)

또, 그 각각에 대하여 1 자리의 숫자는 1000 자리에 사용된 숫자를 제외한 나머지 숫자를 택하므로 그 방법은 ${}_1P_1$ (가지)

또, 100 자리와 10 자리의 숫자는 나머지 3 개의 숫자에서 2 개를 택하여 나열하면 되므로 그 방법은 ${}_3P_2$ (가지)

따라서, 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 곱의 법칙에 의하여
 ${}_2P_1 \times {}_3P_2 \times {}_1P_1 = 2 \times (3 \times 2) \times 1 = 12$ (개)

23. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

24. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

① 12개

② 16개

③ 20개

④ 24개

⑤ 30개

해설

23□□의 개수 : 2개

24□□의 개수 : 2개

3□□□의 개수 : 6개

4□□□의 개수 : 6개

$$\therefore 2 + 2 + 6 + 6 = 16(\text{개})$$

25. 다음 연립방정식을 만족하는 n 의 값은?

$${}_8C_{r-1} = {}_8C_{3r+1}, {}_nC_r + {}_nC_{r+1} = 2 \cdot 2n {}_nC_{r-1}$$

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$${}_8C_{r-1} = {}_8C_{3r+1} \text{ 에서 } r-1 = 3r+1$$

또는 $(r-1) + (3r+1) = 8, r > 0$ 이므로

$$\therefore r = 2$$

따라서 두 번째 식에서

$${}_nC_r + {}_nC_{r+1} = 2 \cdot 2n {}_nC_{r-1}$$

$$\frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 2 \cdot 2n \cdots (i)$$

$n \geq 3$ 이므로 (i)을 정리하면

$$3(n-1) + (n-1)(n-2) = 24$$

$$\text{따라서 } n^2 - 25 = 0 \therefore n = 5$$

26. 10명의 주주 중에서 사장 1명, 부사장 2명을 뽑는 방법의 수는?

① 240

② 280

③ 360

④ 480

⑤ 720

해설

10명 중에서 사장 1명을 뽑는 가지수는 ${}_{10}C_1$,
나머지 9명 중에서 부사장 2명을 뽑는 가지수는 ${}_9C_2$
따라서 ${}_{10}C_1 \times {}_9C_2 = 360$

27. 어떤 학교의 농구 동아리 A 와 B 는 올해 신입생이 각각 n 명과 7명이다. 5명의 신입생 연합 팀을 구성하여 다른 학교와 시합을 하려고 할 때, 동아리 A 의 신입생 2명과 동아리 B 의 신입생 3명으로 구성하는 방법의 수가 525가지이다. 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

동아리 A 의 신입생 n 명 중에서 2명을
선택하는 방법의 수는 ${}_nC_2$ 이고, 동아리 B 의
신입생 7명 중에서 3명을 선택하는 방법의
수는 ${}_7C_3$ 이므로 구하는 방법의 수는

$${}_nC_2 \times {}_7C_3 = 525 \text{에서}$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 525 \text{이므로}$$

$$n(n-1) = 30$$

$$\therefore n = 6$$

28. 1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 선택할 때, 선택된 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수는?

① 27

② 35

③ 54

④ 62

⑤ 70

해설

두 수의 곱은 ‘홀수×홀수’인 경우를 제외하고 모든 경우에 짝수이므로 전체에서 홀수만 2개 뽑는 경우를 제한다.

$${}_{10}C_2 - {}_5C_2 = 45 - 10 = 35$$

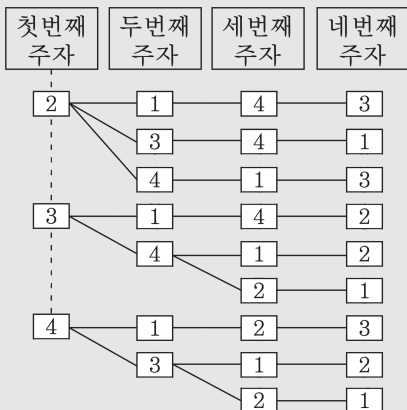
29. 등 번호가 ①, ②, ③, ④ 인 네 명이 이어달리기 순서를 결정하려고 한다. 네 명 모두 자신의 등 번호와 달리는 순서의 번호가 서로 같지 않도록 순서를 결정하는 방법의 수는?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

첫 번째 주자로 등번호가 ① 인 사람이 올 수 없고, 두 번째, 세 번째, 네 번째 주자로 각각 등번호가 ②, ③, ④ 인 사람이 올 수 없다. 이와 같은 조건에 맞는 수형도를 생각해 보면 다음과 같다.



따라서, 구하는 방법의 수는 9 (가지) 이다.

30. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

$$\neg. {}_{3n}C_{n-1} = {}_{3n}C_{2n+1}$$

$$\neg. {}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_n$$

$$\sqsubset. {}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2} \text{ (단, } n \geq 2 \text{)}$$

① $\neg$

② $\neg, \neg$

③ $\neg, \sqsubset$

④ $\sqsubset$

⑤ $\neg, \neg, \sqsubset$

해설

㉠ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로

$${}_{3n}C_{n-1} = {}_{3n}C_{3n} - (n-1) = {}_{3n}C_{2n+1} \text{ (참)}$$

㉡ ${}_nP_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 에서

$${}_nP_r = r! \times {}_nC_r$$

$${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_{3n}$$

$$= (3n)! \times {}_{4n}C_{4n-3n}$$

$$= (3n)! \times {}_{4n}C_n \text{ (참)}$$

㉢ ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 이므로

$${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2}$$

$$= {}_{2n}C_{2n-(n+1)} + {}_{2n}C_{2n-(n+2)}$$

$$= {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2} \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢ 이다.

31. 1 부터 9 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 아홉 장의 카드가 있다. 이 중 4 장의 카드를 뽑아 갑에게 2 장, 을에게 2 장을 주었을 때, 뽑힌 4 장 중 제일 작은 수가 적힌 카드가 갑에게 있을 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 378 가지

해설

9장 중 4장의 카드를 뽑는 방법의 수는

$${}_9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

뽑힌 4장의 카드 중 제일 작은 수의 카드는 갑에게 주고, 나머지 3장 중 1장의 카드만 갑에게 주면 나머지 2장은 을에게 간다.

$$\therefore {}_9C_4 \cdot {}_3C_1 = 378$$

32. 2000 보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 432 개

해설

1 인 네자리 자연수에서

같은 두수가 1 인 수의 개수는

$${}_3C_1 \times {}_9P_2 = 216$$

같은 두수가 1 이 아닌 수의 개수는

$${}_9C_1 \times {}_3C_2 \times {}_8C_1 = 216 \text{ 이므로}$$

구하고자 하는 자연수의 개수는 432 개

33. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 치역과 공역이 일치하는 X 에서 Y 로의 함수의 개수는?

① 120 개

② 180 개

③ 240 개

④ 300 개

⑤ 360 개

해설

정의역의 원소 5개 중 2개는 같은 함수값을 가진다.

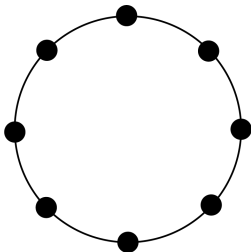
집합 X 의 원소 중 같은 함수값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_2 = 10$$

택한 2개의 원소를 하나로 생각하여 집합 X 의 원소 4개를 집합 Y 의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는 $4! = 24$

따라서 구하는 함수의 개수는 $10 \times 24 = 240(\text{개})$

34. 그림과 같이 원 위에 8개의 점이 같은 간격으로 놓여 있을 때, 이 중에서 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수는?



① 64

② 70

③ 72

④ 80

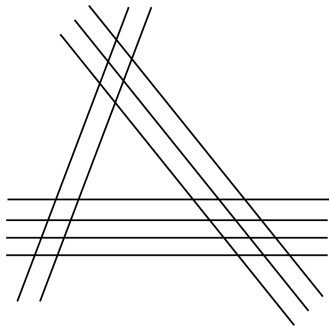
⑤ 96

해설

8개의 점 중 4 개를 선택하는 방법과 같다.

$${}_8C_4 = 70$$

35. 다음 그림에서 4 개의 선분을 사용하여 만들 수 있는 사다리꼴의 개수를 구하여라. (단, 평행사변형은 제외)



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

사다리꼴이 되기 위해서는 한 쌍의 평행한 선분과 평행하지 않는 두 선분이 필요하다.

2 개의 평행선이 있는 부분을 A, 세 개의 평행선이 있는 부분을 B, 네 개의 평행선이 있는 부분을 C 라 하자.

① A 에서 2 개, B, C 에서 각 1 개의 선분

$$: {}_2C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_1 = 12$$

② B 에서 2 개, C, A 에서 각 1 개의 선분

$$: {}_2C_1 \cdot {}_3C_2 \cdot {}_4C_1 = 24$$

③ C 에서 2 개, A, B 에서 각 1 개의 선분

$$: {}_2C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_2 = 36$$

$$\therefore ① + ② + ③ = 72$$