

1. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} \times \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \div \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 4}$ 을 간단히 하면 ?

① $\frac{4}{x-3}$

② $\frac{1}{x+4}$

③ $\frac{2}{x+2}$

④ 1

⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)}$$

$$\div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)}$$

$$\times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1$$

2. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a-b=1, \quad -2(a+b)=6$$

$$\therefore a=-1, \quad b=-2$$

$$\therefore a+b=-1-2=-3$$

3. $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{x}$

② $\frac{2}{x}$

③ $\frac{6}{x(x+6)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

4. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{(x+1)(x+2)} &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

5. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}}$ 을 계산하면?

① $-\frac{1}{a}$

② -1

③ 1

④ $\frac{1}{a}$

⑤ $a - 1$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}} &= 1 - \frac{1}{\frac{1-a-1}{1-a}} \\ &= 1 - \frac{1-a}{-a} = \frac{a+1-a}{a} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

6. 분수함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프의 점근선이 $x = a$, $y = b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \frac{2x-1}{x-1} \Rightarrow y = 2 + \frac{1}{x-1} \text{ 이므로,}$$

점근선은 $y = 2$, $x = 1$ 이다.

$$\therefore a + b = 3$$

7. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 없다.

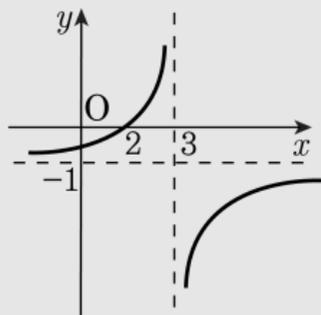
해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여 정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3$, $y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로 그래프는 다음 그림과 같다. 따라서, 제 2 사분면을 지나지 않는다.



8. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.

③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.

⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

9. 함수 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프가 지나는 모든 사분면은?

① 제 1, 2 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 1, 4 사분면

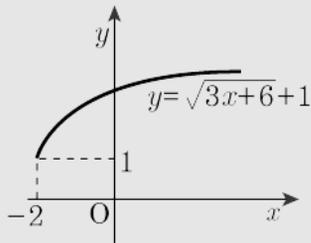
④ 제 1, 2, 3 사분면

⑤ 제 1, 3, 4 사분면

해설

$$y = \sqrt{3x+6} + 1 = \sqrt{3(x+2)} + 1$$

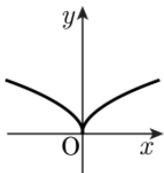
주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.



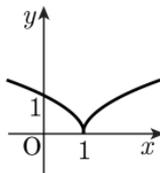
따라서 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프는 제 1, 2 사분면을 지난다.

10. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

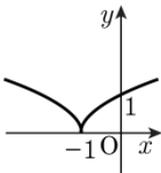
①



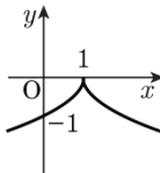
②



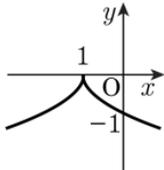
③



④



⑤



해설

$$x \geq -1 \text{ 이면 } y = \sqrt{x+1}$$

$$x < -1 \text{ 이면 } y = \sqrt{-x-1} \text{ 이므로}$$

3번이 정답임.

11. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

① $\frac{8x^4}{1-x^4}$

② $\frac{8}{1-x^4}$

③ $\frac{8x^4}{1-x^8}$

④ $\frac{8}{1-x^8}$

⑤ $\frac{8x^4}{1+x^8}$

해설

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

$$= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

$$= \frac{4}{1-x^4} - \frac{4}{1+x^4} = \frac{8x^4}{1-x^8}$$

12. $a^3 + b^3 = 7, a + b = 1$ 일 때, $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2}$ 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

해설

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \Rightarrow ab = -2$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2} = \frac{a^3 + b^3}{(ab)^2} = \frac{7}{(-2)^2} = \frac{7}{4}$$

13. $\frac{3x-2y}{x} = \frac{3x-4y}{y}$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하면? (단, $x > y > 0$)

① -1

② 1

③ 2

④ -2

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$(3x - 2y)y = x(3x - 4y)$$

$$3x^2 - 7xy + 2y^2 = 0,$$

$$(3x - y)(x - 2y) = 0$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } x = 2y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = 2$$

15. 0이 아닌 실수 x, y, z 에 대하여 등식 $2x - 6y + 4z = 0, 3x + y - 2z = 0$ 이 성립한다. 이때, $\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2}$ 의 값은?

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ $\frac{12}{13}$

해설

두 식을 연립하여 풀면 $2x = y$ 가 나온다.

$$\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2} = \frac{x^2 + 4x^2}{2x^2 + 4x^2} = \frac{5x^2}{6x^2} = \frac{5}{6}$$

16. 다음 유리식 $\frac{3b-2c}{a} = \frac{-a-2c}{-3b} = \frac{-a+3b}{2c}$ 을 계산하면?

① 2

② -1, 2

③ -2

④ 1

⑤ -2, 1

해설

$$\frac{3b-2c}{a} = \frac{-a-2c}{-3b} = \frac{-a+3b}{2c} = k \text{라 하자}$$

$$\Rightarrow 3b - 2c = ak \cdots \text{①}$$

$$-a - 2c = -3bk \cdots \text{②}$$

$$-a + 3b = 2ck \cdots \text{③}$$

①, ②, ③을 모두 더하면

$$\Rightarrow -2(a + 2c - 3b) = (a + 2c - 3b)k$$

$$k = -2 \text{ 또는 } a + 2c - 3b = 0$$

$a + 2c - 3b = 0$, $-2c + 3b = +a$ 이므로 이를 대입하면 $k = 1$

$$\therefore k = -2, 1$$

17. $a : b = c : d$ 일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

$$\textcircled{1} \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\textcircled{3} \frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\textcircled{5} \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\textcircled{2} \frac{a+d}{a-d} = \frac{b+c}{b-c}$$

$$\textcircled{4} \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠}$ 하면

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{에서}$$

$$\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \dots \textcircled{㉢}$$

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \dots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉣} \div \textcircled{㉢}$ 하면

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{에서 가비의 리를 이용하면}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\therefore \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

18. 어떤 오렌지 주스 제조 공장에서 오렌지 주스 원액 $w\%$ 가 포함되어 있는 100kL 의 혼합 주스가 있다. 지금 여기에 오렌지 주스 원액 $y\%$ 가 포함되어 있는 x kL 의 혼합 주스를 섞어 원액 $z\%$ 가 들어 있는 혼합 주스를 만들려고 한다. 이때, x 의 값을 나타내는 식을 고르면?

① $\frac{100(100z - w)}{y}$

② $\frac{100(100z - w)}{y + 100z}$

③ $\frac{10000z}{y + 100w}$

④ $\frac{100(z - w)}{y - z}$

⑤ $\frac{(z - w)}{100(y - z)}$

해설

원액의 전체의 양은 $w + \frac{xy}{100}$ kL

또, 혼합 주스 전체의 양은 $100 + x$ kL

$$\therefore \frac{z}{100} = \frac{w + \frac{xy}{100}}{100 + x} \Leftrightarrow x = \frac{100(z - w)}{y - z}$$

19. 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 이고, 점 $(0, 5)$ 를 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-6 \leq x \leq -4$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \frac{k}{x+2} + 3, (k \neq 0)$$

$$5 = \frac{k}{0+2} + 3 \quad \therefore k = 4$$

$$f(x) = \frac{4}{x+2} + 3$$

$$x = -6 \text{ 일 때, } M = \frac{4}{-6+2} + 3 = 2$$

$$x = -4 \text{ 일 때, } m = \frac{4}{-4+2} + 3 = 1$$

$$\therefore Mm = 2 \times 1 = 2$$

20. $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{x-2}{x+2}$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

① -5

② -3

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{x-2}{x+2} \text{ 일 때,}$$

$$\frac{x-1}{x+1} = 2 \text{ 에서 } (x-1) = 2(x+1)$$

$$x-1 = 2x+2$$

$$\therefore x = -3$$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$f(2) = \frac{-3-2}{-3+2} = \frac{-5}{-1} = 5$$

21. 정의역이 $\{x \mid x \leq 3\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq 4\}$ 인 무리함수 $f(x) = \sqrt{a(x-p)} + q$ 에 대하여 $f(1) = 6$ 일 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

정의역은 $\{x \mid a(x-p) \geq 0\} = \{x \mid x \leq 3\}$ 이므로 $a < 0$, $p = 3$
치역은 $\{y \mid y \geq 4\}$ 이므로 $q = 4$

$$\therefore f(x) = \sqrt{a(x-3)} + 4$$

이때, $f(1) = 6$ 이므로

$$\sqrt{-2a} + 4 = 6, \sqrt{-2a} = 2, -2a = 4$$

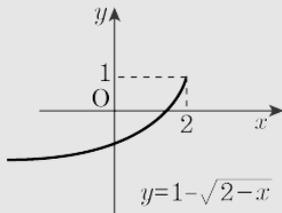
$$\therefore a = -2$$

$$\therefore a + p + q = -2 + 3 + 4 = 5$$

22. 함수 $y = 1 - \sqrt{2-x}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 1\}$ 이다.
- ③ 그래프는 점 $(-2, -1)$ 을 지난다.
- ④ 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ⑤ 그래프는 제 1, 2, 3사분면을 지난다.

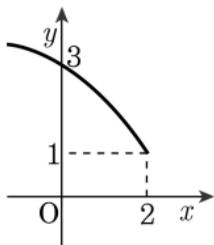
해설



- ① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
- ④ 그래프는 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ⑤ 그래프는 제 1, 3, 4사분면을 지난다.

23. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3



해설

주어진 그림은 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 1만큼 평행이동한

$$\text{것이므로 } y - 1 = \sqrt{a(x - 2)}$$

$$\text{즉 } y = \sqrt{a(x - 2)} + 1$$

그런데 이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{-2a} + 1$$

$$\sqrt{-2a} = 2, \quad -2a = 4$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore y = \sqrt{-2x + 4} + 1$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + 4 + 1 = 3$$

24. 무리함수 $y = \sqrt{2x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x+k$ 와 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $\frac{3}{2} < k < 2$

② $\frac{3}{2} \leq k < 2$

③ $\frac{3}{2} \leq k \leq 2$

④ $\frac{3}{2} < k \leq 2$

⑤ $1 \leq k < 2$

해설

(i) 두 그래프가 접할 때, $\sqrt{2x+3} = x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 + 2(k-1)x + k^2 - 3 = 0$$

이것이 중근을 가지므로

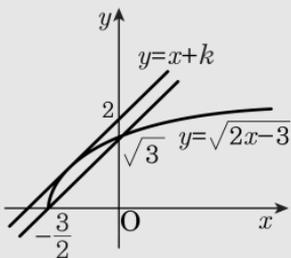
$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2 - 3) = -2k + 4 = 0$$

$$\therefore k = 2$$

(ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-\frac{3}{2}, 0)$ 을 지날때

$$0 = -\frac{3}{2} + k$$

$$\therefore k = \frac{3}{2}$$



(i), (ii)와 위의 그림으로부터 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 k 값의 범위는

$$\frac{3}{2} \leq k < 2$$

25. 분수식 $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x^2+1}{x(x+1)}$

② $\frac{x^2+2}{x(x-1)}$

③ $\frac{x^2+2}{x(x+1)}$

④ $\frac{x^2+1}{x(x-1)}$

⑤ $\frac{x^2+1}{x(x+1)(x+1)}$

해설

$$\begin{aligned}
 & \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2+x} \\
 &= \frac{(x-1)^2 + (x+1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+1}{x^2+x} \\
 &= \frac{2x^2+2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+1}{x^2+x} \\
 &= \frac{(2x^2+2)x - (x-1)(x^2+1)}{x(x+1)(x-1)} \\
 &= \frac{(x^2+1)(2x-x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\
 &= \frac{(x^2+1)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\
 &= \frac{x^2+1}{x(x-1)}
 \end{aligned}$$

26. 분수함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 치역이 $\{y \mid y \leq 1\}$ 일 때, 다음 중 정의역을 바르게 구한 것은?

① $\{x \mid 0 < x < 1\}$

② $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$

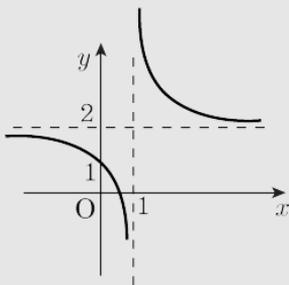
③ $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$

④ $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$

⑤ $\{x \mid -1 \leq x < 1\}$

해설

$$y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$



$y = 1$ 일 때, $1 = \frac{2x-1}{x-1}$ 이므로, $x = 0$

정의역은 $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$

27. 함수 $y = -\frac{2}{x} + 2$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

$$-\frac{2}{x} + 2 = 2x + k \text{ 에서 } -2 + 2x = 2x^2 + kx$$

$2x^2 + (k - 2)x + 2 = 0$ 이 이차방정식의 판별식을

D 라 하면 $D = (k - 2)^2 - 16 < 0$ 에서

$$k^2 - 4k - 12 < 0, (k + 2)(k - 6) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 6$$

따라서 이를 만족하는 정수 k 의 값은

$-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 7개이다.

28. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 일 때, 함수 $y = |x+a| + b + c$ 의 최솟값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

f^{-1} 의 역함수가 f 이므로 $f(x) = (f^{-1})^{-1}(x)$

$$y = f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3} \text{ 를}$$

$$x \text{ 에 대하여 풀면, } x = \frac{3y+4}{y+2}$$

$$x \text{ 와 } y \text{ 를 바꾸면, } y = f(x) = \frac{3x+4}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{x+c} \text{ 이므로 } a=3, b=4, c=2$$

함수 $y = |x+3| + 6$ 은 $x = -3$ 일 때, 최솟값 6 을 갖는다.

29. $0 < a < 1$ 이고 $x = a + \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 4} + x$ 를 a 로 나타내면?

- ① $2a$ ② $\frac{2}{a}$ ③ $-\frac{2}{a}$ ④ $-2a$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 4} + x &= \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} + a + \frac{1}{a} \\ &= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + a + \frac{1}{a} \\ &= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + a + \frac{1}{a} = \frac{2}{a} \\ &\left(\because 0 < a < 1 \text{ 일 때, } a < \frac{1}{a}\right)\end{aligned}$$

30. $a > 1$ 이고, $x = \frac{2a}{a^2 + 1}$ 일 때, $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 를 a 로 나타내면?

① $\frac{5a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

② $\frac{4a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

③ $\frac{2a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

④ $\frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

⑤ $\frac{7a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

해설

$$x = \frac{2a}{a^2 + 1} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{1 + \frac{2a}{a^2 + 1}} + \sqrt{1 - \frac{2a}{a^2 + 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(a+1)^2}{a^2 + 1}} + \sqrt{\frac{(a-1)^2}{a^2 + 1}}$$

$$= \frac{a+1 + a-1}{\sqrt{a^2 + 1}} (\because a > 1)$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

31. $f(x)$ 는 유리수를 계수로 하는 x 의 다항식이고, $f(x) = x^2 + ax + b$,
 $f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{4+3+2\sqrt{4 \times 3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = f(2 + \sqrt{3})$$

$$= (2 + \sqrt{3})^2 + a(2 + \sqrt{3}) + b$$

$$= (7 + 2a + b) + (4 + a)\sqrt{3} = 0$$

그런데, $7 + 2a + b$, $4 + a$ 는 유리수이므로 무리수의 상등에 관한 정리에서

$$7 + 2a + b = 0, \quad 4 + a = 0 \quad \therefore a = -4, \quad b = 1$$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

해설

$f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 이므로 $\sqrt{7+2\sqrt{12}} = 2 + \sqrt{3}$ 은 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이고, a, b 가 유리수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합 $4 = -a$, 두 근의 곱 $1 = b$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

32. 상수 a, b, c, d 에 대하여 등식

$$\frac{3}{x(x-2)} + \frac{3}{(x-1)(x-3)} + \frac{3}{(x-2)(x-4)} + \frac{3}{(x-3)(x-5)} + \frac{3}{(x-4)(x-6)} = \frac{d(x^2 - 6x + 3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$

이 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 20

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 30

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= -\frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} \right) \right. \\ &\quad + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-5} \right) + \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-6} \right) \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-6} \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-5} \right) + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-6} \right) \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{-5}{x(x-5)} + \frac{-5}{(x-1)(x-6)} \right\} \\ &= \frac{15}{2} \cdot \frac{(x-1)(x-6) + x(x-5)}{x(x-5)(x-1)(x-6)} \\ &= \frac{15}{2} \cdot \frac{2x^2 - 12x + 6}{x(x-1)(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{15(x^2 - 6x + 3)}{x(x-1)(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{d(x^2 - 6x + 3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)} \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 5 + 6 + 15 = 27$$

33. 농도가 다른 두 종류의 소금물 A, B가 있다. 30g의 소금물 A와 20g의 소금물 B를 섞으면 6%의 소금물이 되고, 20g의 소금물 A와 30g의 소금물 B를 섞으면 8%의 소금물이 된다고 한다. 이때, 이 두 종류의 소금물 A, B를 같은 양으로 섞으면 몇 %의 소금물이 되겠는가?

① 6.5%

② 7%

③ 7.5%

④ 8%

⑤ 8.5%

해설

소금물 A, B의 농도를 각각 $x\%$, $y\%$ 라 하면

$$\frac{x}{100} \cdot 30 + \frac{y}{100} \cdot 20 = \frac{6}{100} \cdot 50 \cdots \text{㉠}$$

$$\frac{x}{100} \cdot 20 + \frac{y}{100} \cdot 30 = \frac{8}{100} \cdot 50 \cdots \text{㉡}$$

㉠ + ㉡을 하여 정리하면

$$x + y = 14$$

한편, 두 종류의 소금물 A, B를 똑같이 a g씩 섞는다면, 구하는 농도는

$$\frac{\frac{x}{100} \times a + \frac{y}{100} \times a}{2a} \times 100$$

$$= \frac{a \times \frac{x+y}{100}}{2a} \times 100$$

$$= \frac{x+y}{2} = \frac{14}{2} = 7(\%)$$

34. $x = \frac{1}{2 - \sqrt[3]{2}}$ 일 때, $6x^3 - 12x^2 + 6x$ 의 값은?

① $2\sqrt[3]{2}$

② $\sqrt[3]{2}$

③ 2

④ 1

⑤ 0

해설

$x = \frac{1}{2 - \sqrt[3]{2}}$ 에서 양변에 $2 - \sqrt[3]{2}$ 를 곱하면

$$(2 - \sqrt[3]{2})x = 1, \quad 2x - 1 = \sqrt[3]{2}x$$

$(2x - 1)^3 = 2x^3$ 을 정리하면

$$6x^3 - 12x^2 + 6x - 1 = 0$$

$$\therefore 6x^3 - 12x^2 + 6x = 1$$