

1. 다음을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a, 7^b = 49$$

① $a = 25, b = 1$

② $a = 25, b = 2$

③ $a = 125, b = 1$

④ $a = 125, b = 2$

⑤ $a = 125, b = 3$

해설

$5^3 = 125, 7^2 = 49$ 이므로 $a = 125, b = 2$ 이다.

2. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② $4^2 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 6 \times 10$

④ $2^2 \times 6 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$2 \overline{) 120}$$

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

3. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

① 5

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.

⑤ 12 는 24 의 약수이다.

4. 가로 6cm , 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm

② 9cm

③ 15cm

④ 18cm

⑤ 36cm

해설

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm
가 된다.

5. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

7. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① 360의 소인수는 2개다.

② 420의 소인수는 3개다.

③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.

④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.

⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로

360의 소인수는 2, 3, 5

420의 소인수는 2, 3, 5, 7

8. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3

② $2^2 \times 7$

③ 3^2

④ 3×7

⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

($2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수) 는 (2^2 의 약수) $\times$ (3 의 약수) $\times$ (7 의 약수) 이다.

9. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200

② 2×5^3

③ $3^2 \times 7^2$

④ 150

⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

② $(1 + 1) \times (3 + 1) = 8$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

⑤ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

10. A 가 12의 약수의 모임이고, B 가 어떤 수의 약수의 모임이다. A 와 B 의 공통된 수가 1일 때, 어떤 수 중 30 보다 작은 자연수는 몇 개인가?

① 6 개

② 7 개

③ 8 개

④ 9 개

⑤ 10 개

해설

$$12 = 2^2 \times 3$$

12 와 어떤 수의 공약수가 1 , 즉 서로소이므로

어떤 수는 30 미만의 자연수 중 2 와 3 의 배수가 아닌 수이므로
1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29 의 10 개이다.

11. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때,
 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 4$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$$

12. 100 이하의 자연수 중 6의 배수이고 동시에 8의 배수도 되는 수를 제외하면 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

6의 배수이면서 8의 배수도 되는 수는 24의 배수이다.

100이하의 자연수 중 24의 배수는 24, 48, 72, 96으로 총 4개이다.

따라서 구하는 수는 $100 - 4 = 96$ 개이다.

13. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명

② 11 명

③ 12 명

④ 13 명

⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \quad 24} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 12} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \quad 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$$

14. 가로, 세로의 길이가 각각 60 cm , 84 cm 인 직사각형 모양의 옷감을 똑같은 크기의 정사각형으로 자르려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려 한다면 처음의 옷감은 몇 개로 나누어지겠는가?

- ① 21 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 35 개 ⑤ 38 개

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 60 , 84 의 최대공약수이다.
 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 나누어지는 개수는 $(60 \div 12) \times (84 \div 12) = 35(\text{개})$ 이다.

15. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3

② 6

③ 12

④ 27

⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① 3

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 3^3

⑤ $2^4 \times 3$

16. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

17. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$$\begin{array}{r} a) \underline{2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a} \\ 2) \underline{2 \quad 3 \quad 4} \\ \quad 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,

최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.

18. 학생들에게 검정 펜 50 자루, 빨강 펜 24 자루, 파랑 펜 100 자루를 똑같이 나누어줄 때, 검정 펜과 빨강 펜은 각각 6 개, 4 개가 부족하고, 파랑 펜은 2 개가 남는다. 이때, 최대 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답 : 14명

해설

검정 펜 50 자루를 나누면 6 개가 부족하다. : $(50 + 6)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

빨강 펜 24 자루를 나누면 4 개가 부족하다. : $(24 + 4)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

파랑 펜 100 자루를 나누면 2 개가 남는다. ∴ (100 - 2) 개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수 중 가장 큰 수는 56, 28, 98 의 최대공약수인 14 이다.
따라서 최대 학생 수는 14 명이다.

19. 두 자연수 A, B 가 $\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$ 를 만족하고 A, B 최대공약수와 최소공배수의 곱이 150 이다. 이때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 10$

▷ 정답 : $B = 15$

해설

$A = 2k, B = 3k$, 두 수의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$2k \times 3k = 150, k^2 = 25, k = 5$ 이다.

$\therefore A = 10, B = 15$

20. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면

$\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$, $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는 a 는 3 과 8 의

공배수이므로,

3 과 8 의 최소공배수는 24

따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

21. 자연수 x 에 대하여 $f(x)$ 는 x 를 8로 나눈 나머지, $g(x)$ 는 x 를 9로 나눈 나머지라고 정의할 때, $\{f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(100)\} + \{g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n)\} = 671$ 을 만족하는 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 82

해설

$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3, f(4) = 4, f(5) = 5, f(6) = 6, f(7) = 7, f(8) = 0, f(9) = 1, \dots$

→ 연속되는 8개의 수의 나머지의 합은 28이다.

→ $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(100) = 28 \times 12 + 1 + 2 + 3 + 4 = 346$

$g(1) = 1, g(2) = 2, g(3) = 3, g(4) = 4, g(5) = 5, g(6) = 6, g(7) = 7, g(8) = 8, g(9) = 0, g(10) = 1, \dots$

→ 연속되는 9개의 수의 합은 36이다.

→ $\{f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(100)\} + \{g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n)\} = 671$

→ $346 + g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n) = 671$

→ $g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n) = 325 = 36 \times 9 + 1$

→ 연속되는 9개의 수가 9쌍 있고 뒤에 1개의 수가 더 있다.

∴ $n = 9 \times 9 + 1 = 82$

22. 일곱 자리 수 $a132784$ 가 7 의 배수이고, 네 자리 수 $b8c1$ 이 11 의 배수일 때, $a + b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

7 의 배수 : 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺀 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$$a - 132 + 784 = 7k \rightarrow 652 + a = 7k \text{ 이므로 } a = 6 \text{ 이다.}$$

11 의 배수 : 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수이므로,

$$b + c - 9 = 11n \rightarrow b + c = 9 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

23. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$$

(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$$

그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^5 \times (\text{2가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (\text{2가 아닌 소수}))$$

$$\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$$

(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^3 \times (\text{2가 아닌 소수})^2$$

$$\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

24. $3^n(2^n + 2^{n+1})$ 의 약수의 개수가 30 개일 때, 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3^n(2^n + 2^{n+1}) &= 3^n(2^n + 2 \times 2^n) \\ &= 3^n \times 3 \times 2^n \\ &= 3^{n+1} \times 2^n \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는 $(n+2)(n+1) = 30$ 이므로

$$n+2=6, n+1=5$$

$$\therefore n=4$$

25. 두 자연수 $84 \times a$ 와 $2^2 \times 7 \times 10 \times a$ 의 공약수가 12 개일 때 최소의 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$84 \times a = 2^2 \times 3 \times 7 \times a, \quad 2^2 \times 7 \times 10 \times a = 2^3 \times 5 \times 7 \times a$$

두 수의 최대공약수는 $2^2 \times 7 \times a$,

공약수의 개수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로

최대공약수는 $2^3 \times 7^2$ 또는 $2^2 \times 7^3$ 또는 $2^2 \times 7 \times x$ (단, x 는 2, 7 이 아닌 소수)이다.

최소의 a 값이므로 $a = 3$ 이다.