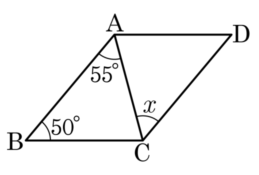
1. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



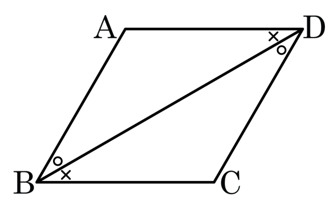
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 55°

해설

$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $x = 55°$이다 .

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.'를 증명한 것이다. $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$의 합동 조건은?

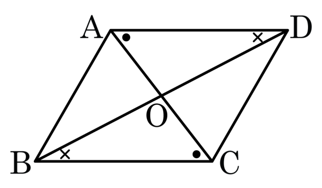


평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서
$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠
$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) ⋯㉡
$\overline{BD}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$이다.
$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ SSA 합동 ⑤ AAS 합동

해설
$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서
$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

3. □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$, 점 O는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점
△ABO와 △CDO에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\overline{AB} = \overline{CD}$ ⋯㉠
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
②$\angle ABO = \angle CDO$ (엇각관계) ⋯㉡
③$\angle BAO = \angle DCO$ (엇각관계) ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ (④ SAS 합동)
$\therefore \overline{OA} = \overline{OC}$, ⑤ $\overline{OB} = \overline{OD}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\overline{AB} = \overline{CD}$

② $\angle ABO = \angle CDO$ (엇각관계)

③ $\angle BAO = \angle DCO$ (엇각관계)

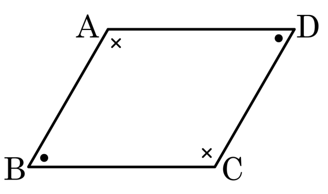
④ (SAS 합동)

⑤ $\overline{OB} = \overline{OD}$

해설

④ SAS 합동 → ASA 합동

4. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서
$\angle A = \angle C = a$
$\angle B = \angle D = b$ 라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $\boxed{}$ 이므로
$\therefore\ \overline{AB} /\!/ \overline{DC},\ \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

① 45° ② 60° ③ 90° ④ 180° ⑤ 360°

해설

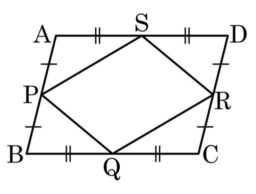
동측내각의 합이 180° 이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

5. 다음 중 평행사변형이 되지 않는 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
② 두 쌍의 대각이 각각 같은 사각형
③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같은 사각형

해설
③ 은 등변사다리꼴도 해당될 수 있으므로 평행사변형이라고 할 수 없다.

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

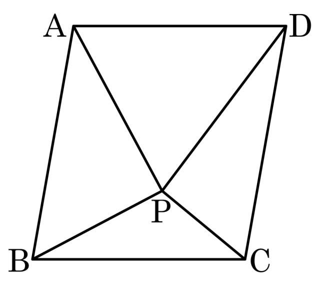
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

7. 다음 평행사변형 ABCD 는 내부에 점 P 를 잡고 각 점을 연결한 그림이다. $\triangle PAB = 12\text{cm}^2$, $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이와 평행사변형 ABCD 의 넓이를 각각 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▶ 답: ______ cm^2

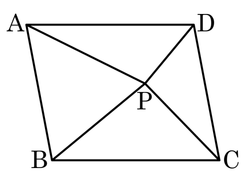
▷ 정답: $\triangle PBC = 7\,\text{cm}^2$

▷ 정답: $\square ABCD = 44\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \square ABCD$, $12 + 10 = 15 + \triangle PBC$, $\triangle PBC = 7(\text{cm}^2)$, $\square ABCD = 44(\text{cm}^2)$

8. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 30 이고 $\triangle$ABP 의 넓이가 10일 때, $\triangle$PCD 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



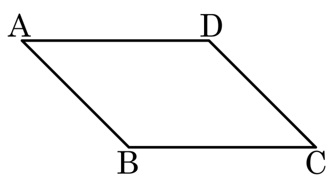
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\square ABCD = 2 \times (\triangle ABP + \triangle PCD)$
$30 = 2 \times (10 + \triangle PCD)$
$\therefore\ \triangle PCD = 5$

9. 다음 □ABCD 에서 $\angle A = \frac{1}{3}\angle B$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle C$ 를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

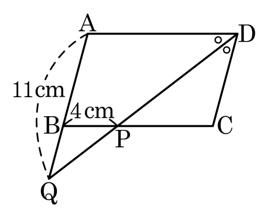
▷ 정답 : 45 °

해설

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A = \frac{1}{3}\angle B$ 이므로 $4\angle A = 180°$ 이다.

따라서 $\angle C = \angle A = 45°$ 이다.

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}+\overline{DC}$ 의 값을 구하여라.



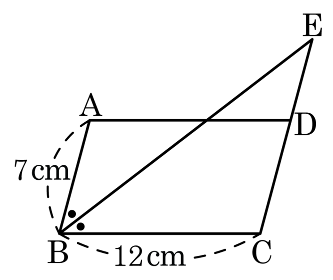
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\triangle BQP$ 가 $\overline{BQ}=\overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로
$\overline{DC}=\overline{AB}=11-4=7(\mathrm{cm})$
$\triangle AQD$ 가 $\overline{AQ}=\overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로
$\overline{AD}=\overline{AQ}=11(\mathrm{cm})$
$\overline{AD}+\overline{DC}=11+7=18(\mathrm{cm})$

11. 다음 그림에서 $\overline{AD}+\overline{DE}$ 의 길이는? (단, □ABCD 는 평행사변형이다.)

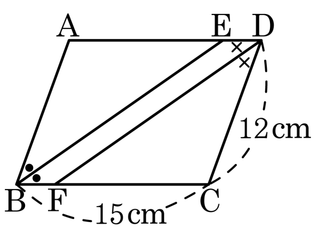


① 14 cm ② 15 cm ③ 17 cm ④ 19 cm ⑤ 36 cm

해설

$\angle ABE$ 와 $\angle BEC$ 는 엇각이므로 $\triangle BCE$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{CE}=12\,\mathrm{cm}$ 이다.
이때 $\overline{CD}=7\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{DE}=5\,\mathrm{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{AD}+\overline{DE}=12+5=17(\mathrm{cm})$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면 ?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \cdots$ ㉡

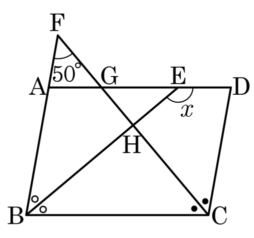
㉠, ㉡에서 □EBFD 는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$\angle EDF = \angle DFC$ ($\because$ 엇각) 이므로 △CDF 는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{FC} = \overline{DC} = 12\text{cm}$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 15 - 12 = 3(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 ∠B 와 ∠C 의 이등분선의 교점을 H , $\overline{BA}$ 의 연장선과 $\overline{CH}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. ∠AFG = 50° 일 때, ∠x = $\boxed{}$° 이다. $\boxed{}$의 값은?

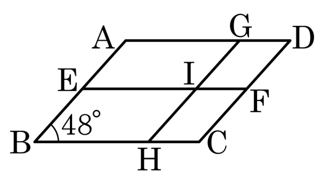


① 110 ② 120 ③ 130 ④ 140 ⑤ 150

해설

□ABCD 에서 ∠A = ∠C, ∠B = ∠D 이므로,
∠B + ∠C = 2(○ + ×) = 180°
○ + × = 90° = ∠FHB 이다.
△FBH 에서 ∠ABE = ○ = 180° − (50° + 90°) = 40° 이므로
∠B = ○ × 2 = 80° → ∠A = ∠C = 100°
∠x 는 ∠AEB 의 외각이므로
∴ ∠x = ∠A + 40° = 140°

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{GH}$, $\overline{AD}//\overline{EF}$ 이다. $\angle B = 48°$ 일 때, $\angle DFI$ 의 크기는?



① 120° ② 124° ③ 130° ④ 132° ⑤ 136°

해설

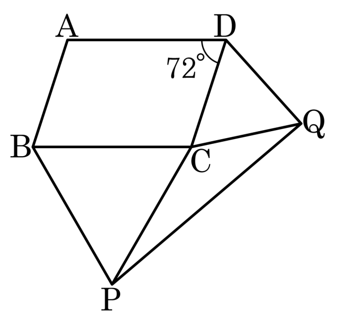
$\overline{GI}//\overline{DF}$, $\overline{GD}//\overline{IF}$ 이므로

GIFD 는 평행사변형이다.

$\angle D = \angle B = 48°$ 이므로

$\angle F = 180° - 48° = 132°$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\triangle BPC$ 와 $\triangle DCQ$ 는 각각 정삼각형이다. $\angle ADC = 72°$ 일 때, $\angle PCQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : $\angle PCQ = 132°$

해설

$\angle DCB = 180° - 72° = 108°$

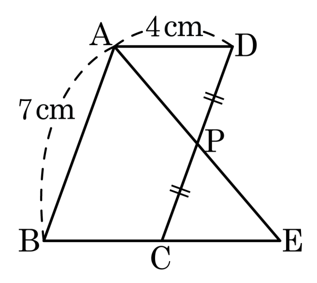
$\angle BCP = \angle DCQ = 60°$

$\therefore \angle PCQ = 360° - (108° + 60° + 60°)$

$= 360° - 228°$

$= 132°$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AP}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?

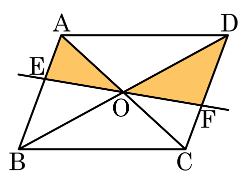


① 7 cm ② 7.5 cm ③ 8 cm
④ 8.5 cm ⑤ 9 cm

해설

$\triangle ADP \equiv \triangle ECP$ (ASA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CE} = \overline{BC} = 4(\text{cm})$
$\therefore \overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE} = 8(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같이 넓이가 $40\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 와의 교점을 각각 E, F라 할 때, 색칠한 두 삼각형의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

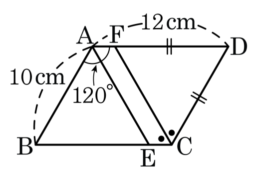
$\triangle\mathrm{OAE} + \triangle\mathrm{ODF}$

$= \triangle\mathrm{OAE} + \triangle\mathrm{OBE}$

$= \dfrac{1}{4}\square\mathrm{ABCD}\ (\because\ \triangle\mathrm{OEB} \equiv \triangle\mathrm{OFD})$

$= \dfrac{1}{4} \times 40 = 10\ (\mathrm{cm}^2)$

18. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\angle BAD = 120\,°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 24 cm

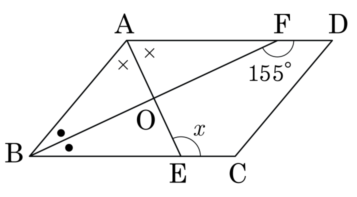
해설

$\triangle FDC$, $\triangle ABE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$, $\angle ABE = \angle CDF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

또, $\angle BCF = \dfrac{120\,°}{2} = 60\,°$, $\angle ADC = 60\,°$ 이므로, $\angle CFD = 60\,°$ 이다. 따라서 $\triangle FDC$ 와 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AF} + \overline{FD} = 12\ (\text{cm})$, $\overline{AF} = 12 - \overline{FD} = 12 - 10 = 2\ (\text{cm})$ 이고
$\overline{FC} = 10\ (\text{cm})$ 이므로
평행사변형 AECF 의 둘레는 $\overline{AF} + \overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} = 2 + 10 + 2 + 10 = 24\ (\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선의 교점을 O라 하자 $\angle BFD = 155°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

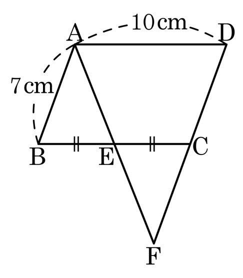
▷ 정답 : 115°

해설

$\overline{AE}$에 의하여 이등분되는
$\angle A$를 $\angle DAE = \angle BAE = a$라 하고
$\overline{BF}$에 의하여 이등분되는
$\angle B$를 $\angle ABF = \angle EBF = b$라 하면
평행사변형에서 이웃하는 각의 크기의 합이 $180°$이므로
$2a + 2b = 180°$
$a + b = 90°$

$\angle AFB = 180° - 155° = 25°$이고 $\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 엇각의 성질에 의하여 $b = 25°$
$a + b = 90°$이므로 $a + 25° = 90°$
$\therefore\ a = 65°$
$\triangle ABE$에서 두 내각의 합은 이웃하지 않은 외각의 크기와 같으므로 $a + 2b = \angle x$
$\therefore\ \angle x = 65° + 50° = 115°$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 7\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}} = 5\,\mathrm{cm}$

$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)

$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)

$\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 7\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 14(\,\mathrm{cm})$