

1. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0, 0), (2, 6), (6, 3)$

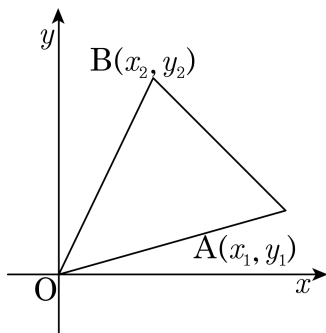
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

2. 원점 $O(0, 0)$ 와 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 넓이는?



- ① $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$ ② $\frac{1}{2}|x_1y_1 - x_2y_2|$ ③ $\frac{1}{2}|x_1y_1 + x_2y_2|$
 ④ $\frac{1}{2}|x_1x_2 - y_1y_2|$ ⑤ $\frac{1}{2}|x_1x_2 + y_1y_2|$

해설

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

직선 OA 의 방정식은 $y = \frac{y_1}{x_1}x$

$$\therefore y_1x - x_1y = 0$$

점 $B(x_2, y_2)$ 에서

직선 $y_1x - x_1y = 0$ 까지의 거리 h 는

$$\frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$

$$= \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$$

3. $A(0, -2), B(3, 3), C(4, 0)$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

또, 직선 BC의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

$A(0, -2)$ 로부터 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$$

4. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 을 만족시키는 점 P의 자취는 어떤 도형을 그리는가?

① 삼각형

② 직선

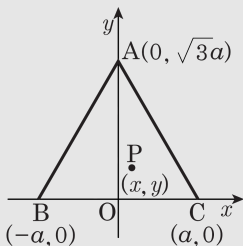
③ 선분

④ 원

⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C의 좌표를 $C(a, 0)$ 이라고 두면, $B(-a, 0)$, $A(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



이 때, 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \text{ 이므로}$$

$$2\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\}$$

$$= (x + a)^2 + y^2 + (x - a)^2 + y^2$$

$$\text{정리하여 간단히 하면, } y = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$\therefore$ 직선

5. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \textcircled{7}\end{aligned}$$

⑦ 이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

6. 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, -3)$, $C(5, 3)$ 에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P 의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P 의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,

$$(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 2\{(x-5)^2 + (y-3)^2\}$$

$$2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$$

$$= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$$

$$18x + 18y - 54 = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$$