

1. 기울기가 -2 이고 x 절편이 4 인 직선의 y 절편은?

① -4

② -13

③ 3

④ 5

⑤ 8

해설

기울기가 -2 인 직선의 방정식을

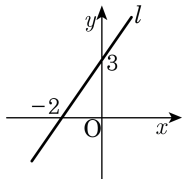
$y = -2x + b$ 라 하면 이 직선의 x 절편이

4 이므로 $0 = (-2) \times 4 + b$

$\therefore b = 8$

따라서, 직선의 방정식은 $y = -2x + 8$ 이므로
 y 절편은 8 이다.

2. 직선 l 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 직선의 기울기는?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표가 각각 $(-2, 0)$, $(0, 3)$ 이므로

$$(\text{기울기}) = \frac{3 - 0}{0 - (-2)} = \frac{3}{2}$$

3. 두 직선 $3x + 2y + 1 = 0$, $x + 3y - 2 = 0$ 의 교점과 직선 $3x - y + 2 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① $\frac{\sqrt{7}}{5}$

② $\frac{\sqrt{10}}{5}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{15}}{5}$

해설

$$3x + 2y + 1 = 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x + 3y - 2 = 0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times 3 \text{에서 } -7y + 7 = 0$$

$$\therefore y = 1, x = -1$$

따라서, 교점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.

점 $(-1, 1)$ 과 직선 $3x - y + 2 = 0$

사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|3 \times (-1) - 1 + 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

4. 세 직선 $x + 2y = 5$, $2x - 3y = 4$, $ax + y = 0$ 이 삼각형을 이루지 못할 때, 상수 a 의 값들의 곱은?

① $-\frac{1}{3}$

② $-\frac{3}{23}$

③ $-\frac{1}{23}$

④ $\frac{2}{23}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 세 직선이 일치하는 경우는 없으므로 삼각형을 이루지 못하는 것은 두 직선이 서로 평행해서 교점이 두 개만 생기거나 세 직선이 모두 한 점에서 만나는 경우이다.

(i) 두 직선이 평행한 경우 세 직선의 기울기는

$$\text{각각 } -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -a \text{ 이므로}$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ 또는 } a = -\frac{2}{3} \text{ 이면 두 직선이 평행하다.}$$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$$x + 2y = 5 \text{ 와 } 2x - 3y = 4 \text{ 의 교점은 } \left(\frac{23}{7}, \frac{6}{7} \right)$$

$$\text{이 점이 } ax + y = 0 \text{ 위에 있으려면 } a = -\frac{6}{23}$$

$$(i), (ii) \text{ 에서 } a = \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{6}{23}$$

$$\text{따라서 세 수의 곱은 } \frac{2}{23}$$

5. 직선 $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$ 라 할 때 $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

6. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0, 0), (2, 6), (6, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

7. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 을 만족시키는 점 P의 자취는 어떤 도형을 그리는가?

① 삼각형

② 직선

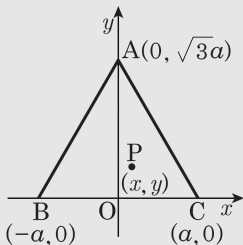
③ 선분

④ 원

⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C의 좌표를 $C(a, 0)$ 이라고 두면, $B(-a, 0)$, $A(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



이 때, 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \text{ 이므로}$$

$$2\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\}$$

$$= (x + a)^2 + y^2 + (x - a)^2 + y^2$$

$$\text{정리하여 간단히 하면, } y = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$\therefore$ 직선

8. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1, 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$$\therefore \text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$$

9. 두 점 $A(2, 1)$, $B(-1, 3)$ 을 연결한 선분 AB 와 직선 $l: y = k(x+2)+2$ 가 공유점을 가질 k 의 범위는 $\alpha \leq k \leq \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① $\frac{3}{4}$

② 1

③ $\frac{5}{4}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$y = k(x+2) + 2$, $k(x+2) + 2 - y = 0$ 은
 k 에 관계없이 $x+2=0$, $2-y=0$ 의 교점
 즉, $(-2, 2)$ 를 지난다.

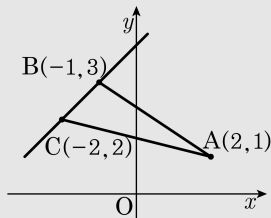
이 점을 C 라 하면 선분 AB 와 직선 l
 이

만나려면 그림에서 l 의 기울기 k 가
 l_2 의 기울기보다 작거나 같아야하고,
 l_3 의 기울기보다 크거나 같아야한다.

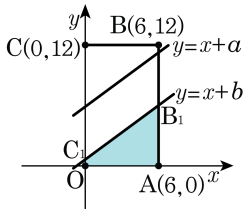
$$\beta = (l_2 \text{의 기울기}) = \frac{2-3}{-2-(-1)} = 1$$

$$\alpha = (l_3 \text{의 기울기}) = \frac{2-1}{-2-2} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$



10. 네 점 $O(0,0)$, $A(6,0)$, $B(6,12)$, $C(0,12)$ 를 꼭지점으로 하는 사각형 $OABC$ 가 있다. 그림과 같이 두 직선 $y = x + a$, $y = x + b$ 가 사각형 $OABC$ 의 넓이를 삼등분할 때, ab 의 값은?



① 4

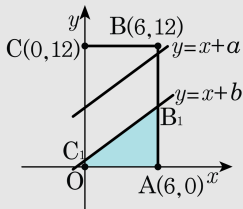
② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설



사각형 $OABC$ 의 넓이가 72이므로
사각형 OAB_1C_1 의 넓이는 24이다.

$$\frac{1}{2}(b + 6 + b) \times 6 = 24 \text{ 이므로 } b = 1$$

같은 방법으로 $a = 5$

$$\therefore ab = 5$$